ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 OCTOBRE 1946.

PRÉSIDENCE DE M. ÉLIE CARTAN.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **G. C. Moisil**, Ambassadeur de Roumanie à Ankara, qui assiste à la séance.

M. **Maurice Caullery** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Robert Hardouin intitulé *Le peuplement entomologique du Rosier*, dont il a écrit la *Préface*.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur la synchronisation sous-harmonique.* Note ([1]) de M. **Jules Haag**.

Dans une précédente Note ([2]) j'ai indiqué une méthode approchée pour l'étude de la synchronisation ordinaire. Je me propose d'étendre cette méthode à la synchronisation sous-harmonique, tout en la rendant entièrement rigoureuse du point de vue mathématique.

1. Appelons I le moment d'inertie du balancier, T' sa période propre, ω sa pulsation propre, θ l'élongation, θ' la vitesse angulaire. Les couples perturbateurs comprennent d'abord ceux qui ne dépendent que de θ et θ'; soit $I\omega^2 A(\theta, \theta')$ leur somme. En second lieu, nous avons le couple synchronisant $I\omega^2 B(t, \theta, \theta')$, de période T. Le couple perturbateur total est $I\omega^2 K(t, \theta, \theta')$, en posant $K = A + B$. Pour la commodité de la rédaction, nous l'affectons du facteur constant λ.

Posons $N' = T'/T$ et soit N le nombre entier le plus voisin de N'. Posons $\varepsilon = (N' - N)/N$.

Faisons le changement de variables défini par les formules

$$\theta = y \sin\varphi, \qquad \theta' = \omega y \cos\varphi \qquad t = \frac{x + \varphi}{2\pi} \text{NT}. \tag{1}$$

([1]) Séance du 23 septembre 1946.

([2]) *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 314-316.

Nous obtenons le système

$$(2)\qquad \frac{dx}{d\varphi} = \varepsilon + \lambda f(x, y, \varphi), \qquad \frac{dy}{d\varphi} = \lambda g(x, y, \varphi);$$

$$(3)\qquad f(x, y, \varphi) = \frac{N' K \sin\varphi}{N(y - K\sin\varphi)}, \qquad g(x, y, \varphi) = \frac{y K \cos\varphi}{y - K\sin\varphi}.$$

Dans K, on doit, bien entendu, remplacer θ, θ' et t par les formules (1).

2. Au système (2), nous *associons* le suivant

$$(4)\qquad \frac{dx}{d\varphi} = \varepsilon + \lambda F(x, y), \qquad \frac{dy}{d\varphi} = \lambda G(x, y);$$

$$(5)\qquad F(x, y) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x, y, \varphi)\, d\varphi, \qquad G(x, y) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} g(x, y, \varphi)\, d\varphi.$$

Sous chaque signe $\int$, on doit regarder x et y comme des constantes. Le système (4) constitue une approximation du système (2). Mais il résulte d'un autre travail [3] les propriétés suivantes.

3. Considérons le point M de coordonnées cartésiennes x, y. Soit $H(x_1, y_1)$ un point commum aux deux courbes (X) et (Y), dont les équations respectives sont obtenues en annulant les seconds membres de (4). Si ce point est *stable*, c'est-à-dire si la solution $x = x_1$, $y = y_1$ du système (4) est une solution stable, au sens de Liapounoff, *le système* (2) *admet une solution périodique stable*, pourvu que λ et ε soient *assez petits*.

Si l'on considère maintenant deux solutions associées correspondant aux mêmes données initiales, la distance entre les points M et *m* correspondants, au bout d'un temps *fini*, est infiniment petite du second ordre, si λ et ε sont regardés comme des infiniment petits du premier ordre.

Le système (4) peut donc être substitué au système (2), d'une manière entièrement rigoureuse en ce qui concerne les solutions périodiques stables, qui sont les plus intéressantes, d'une manière approchée pour les autres solutions.

4. Dans le cas où $N = 1$, on obtient la synchronisation ordinaire. Les périodes T et T′ doivent être très voisines et l'on retombe sur le cas envisagé dans la Note précitée. J'ai complété les résultats obtenus dans cette Note, en *tenant compte du défaut d'isochronisme du pendule*. En supposant qu'il n'y a pas d'échappement et que les frottements se réduisent à un frottement visqueux, on constate que, pour $\varepsilon < 0$, on peut avoir trois points de synchronisation, dont deux sont stables. *La synchronisation peut se réaliser sur l'un ou l'autre des deux points stables, en lançant convenablement le pendule.*

J'ai étudié aussi les cas des *impulsions brèves* et du *couple non sinusoïdal*.

5. La synchronisation *sous-harmonique* est obtenue pour $N > 1$, à condition

(3) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 446.

que ε soit assez petit. En particulier, dans la *synchronisation par le secteur*, N est très grand; cela peut suffire pour assurer la petitesse exigée du rapport ε, dont la valeur absolue est au plus égale à $1/2N$.

Si la fonction B est de la forme $H(\theta)\sin(2\pi t/T)$, les fonctions F_1 et G_1 correspondantes sont données par les formules suivantes, dans le cas où N est *pair* :

$$(6) \qquad F_1(x, y) = P(y)\sin Nx, \qquad G_1(x, y) = Q(y)\cos Nx;$$

$$P(y) = \frac{1}{\pi y}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H(y\sin\varphi)\cos N\varphi \sin\varphi \, d\varphi, \qquad Q(y) = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} H(y\sin\varphi)\sin N\varphi\cos\varphi \, d\varphi.$$

Si N est *impair*, on a des formules analogues.

Une conséquence immédiate de ces formules est que *si la fonction* $H(\theta)$ *est impaire, on ne peut avoir que des synchronisations d'ordre pair* et inversement.

6. L'étude complète des conditions de synchronisation ne peut être faite que si l'on connaît explicitement la fonction $H(\theta)$. On peut toutefois envisager le cas où *les impulsions sont très brèves*.

En supposant le balancier muni d'un échappement, on constate que la synchronisation peut s'opérer pour $\varepsilon = 0$, moyennant certaines conditions faciles à réaliser. Si l'on suppose le frottement visqueux de décrément logarithmique c, le régime synchronisé disparaît pour faire place à un *régime déphasé*, dès que $N' - N$ dépasse $c/2$ en valeur absolue.

La *tolérance de fréquence* est donc *très petite*.

Si la fonction $H(\theta)$ est *paire*, on a des conclusions analogues.

Reste à savoir *si l'on obtiendrait une tolérance plus large avec des impulsions moins brèves*.

7. J'ai appliqué la méthode au *pendule* de M. Bethenod ([4]). Pour simplifier les calculs, j'ai admis que l'inductance L de la bobine est fonction linéaire de θ, que le rapport ρ/L est très grand, que la force contre-électromotrice est négligeable et enfin que le circuit est en résonance quand le pendule est au point mort. On a encore les formules (6), quel que soit N. Mais le calcul de P et Q se fait aisément en introduisant la variable complexe $z = e^{i\varphi}$ et appliquant le théorème des résidus.

J'ai essayé d'interpréter les résultats obtenus par MM. Hirschi et Mesnage ([5]). Je n'ai pas trouvé d'autre explication que l'existence possible, mais non démontrée, de régimes déphasés; toutes réserves étant faites sur la validité des hypothèses admises au début de ce paragraphe.

([4]) *Comptes rendus*, **207**, 1938, p. 847.
([5]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 53.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Georges Dehaut. *Les doctrines de Georges Cuvier dans leurs rapports avec le transformisme.*

2° Robert Hardouin. *Le mimétisme animal.* Préface de M. Étienne Oehmichen.

3° Jean Rothé. *Séismes et volcans.*

4° Auguste Comte. *Le prolétariat dans la Société moderne.* Textes choisis avec une introduction de R. Paula Lopes.

5° Faune de l'Empire français. VI. *Coléoptères carabiques de la région malgache (Première partie)*, par René Jeannel.

6° Joseph de Toni. *Diagnoses algarum novarum, post sylloges editionem descriptarum. I. Myxophyceæ. Centuria VIII.*

7° Une série de fascicules composant l'œuvre mathématique de M. Godofredo Garcia (présentée par M. Paul Montel).

M. **Hippolyte Parodi** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des applications de la Science à l'Industrie, par le décès de M. *Léon Guillet.*

L'**Institution of Mechanical Engineers** invite l'Académie à désigner un de ses Membres pour la représenter aux Cérémonies qui auront lieu à Londres, du 8 au 13 juin 1947, pour commémorer le centième anniversaire de sa fondation.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la signification topologique des axiomes de la géométrie projective.* Note (1) de M. **Guy Hirsch**, transmise par M. Élie Cartan.

1. Quelles sont les propriétés de nature topologique que doivent avoir, nécessairement, des êtres mathématiques, *points*, *droites* et *plans*, qui vérifient les axiomes d'incidence (Γ) de la géométrie projective plane :

a. par deux *points* distincts du *plan projectif* passe une *droite projective* et une seule;

b. deux *droites projectives* distinctes dans le *plan projectif* ont en commun un *point* et un seul.

Nous supposerons que ces êtres sont des variétés topologiques (c'est-à-dire sont localement homéomorphes à un espace euclidien à un nombre convenable,

---

(1) Séance du 23 septembre 1946.

constant, de dimensions), et occupent des positions suffisamment régulières (ceci, pour éviter la discussion des *cas pathologiques*). On peut alors énoncer (Γ) comme suit :

(Γ_n). *Étant donné une variété* V^{2n} *à* $2n$ *dimensions* (*topologiques*), *et une famille de variétés* M^n *à* n *dimensions* (*toutes homéomorphes entre elles*) *dans* V^{2n}, *il existe une géométrie projective plane dans* V^{2n}, *avec* M^n *pour droites projectives* (c'est-à-dire : par deux points distincts quelconques de V^{2n} passe une et une seule M^n de la famille; deux M^n distinctes quelconques de la famille ont toujours en commun un point et un seul de V^{2n}).

Que peut-on affirmer au sujet de V^{2n} et de M^n?

J'établis d'abord que M^n est nécessairement homéomorphe à la sphère à n dimensions.

2. Je donnerai ici des propositions (P_n), (Φ_n) et (M_n), équivalentes à (Γ_n) :

(P_n). *Il existe une variété* $V^{n'+n}$ *à* $n'+n$ *dimensions, dans laquelle le complément d'une sphère* S^n *à* n *dimensions est homéomorphe à l'espace euclidien à* $n'+n$ *dimensions.*

J'établis qu'on a, nécessairement, $n'=n$. La proposition (P_n) correspond à la manière connue de *clore* le plan euclidien par une *droite projective de l'infini.*

(Φ_n). *On peut fibrer* (²) *la sphère* S^{2n-1} *à* $2n-1$ *dimensions en sphères* (*équatoriales*) S^{n-1}.

(M_n). *Il existe sur la sphère* S^{n-1} *à* $n-1$ *dimensions une multiplication* (³) *avec élément-unité, bi-topologique continue* (⁴) *et semi-linéaire* (ce qui signifie que les produits d'un point donné quelconque par des points alignés sur un grand cercle quelconque sont toujours, eux aussi, alignés sur un grand cercle).

Cette dernière propriété implique que la sphère à $n-1$ dimensions et l'espace projectif réel à $n-1$ dimensions soient *parallélisables* (⁵), ce qui exige que *n soit une puissance de* 2 (⁶).

3. On ne sait pas si cette propriété nécessaire est aussi suffisante pour que ces espaces soit parallélisables, et pour que les autres propositions ci-dessus soient vraies.

En tout cas, la multiplication des octaves de Cayley (système de nombres

---

(²) Définition des espaces fibrés : H. SEIFERT, *Acta Math.*, 60, 1932, pp. 147-238; H. HOPF, *Fund. Math.*, 25, 1935, spécialement p. 439; H. WHITNEY, *Bull. Amer. Math. Soc.*, 43, 1937, pp. 785-805.

(³) Cette multiplication n'est pas nécessairement associative.

(⁴) Cela signifie que si l'on pose $r=p.q$, où p, q et r sont des points de la sphère, les applications $T_0(q)=p_0.q$ (p fixé et q variant seul); ainsi que $T_0(p)=p.q_0$ (q_0 fixé et p variant seul) sont des applications topologiques de la sphère en elle-même quels que soient p_0 et q_0 et dépendent d'une manière continue respectivement de p_0 ou q_0.

(⁵) Voir E. STIEFEL, *Comment. Math. Helvet.*, 8, 1935, pp. 3-51.

(⁶) *Ibid.*, 13, 1941, p. 201, th. A; H. HOPF, *ibid.*, 13, 1941, p. 238, th. Ve.

hypercomplexes à 8 unités, avec multiplication non associative), qui correspond à S^{15} fibrée en S^7 [résultat de Hopf (7)], fournit déjà un exemple de *plan projectif* qui est une variété à 16 dimensions topologiques, dans laquelle les *droites projectives* sont homéomorphes à la sphère à 8 dimensions. C'est là un exemple de *plan projectif* (ou structure projective plane), différent des plans projectifs classiques, réel, complexe ou quaternionien, qui sont définis par les ensembles de 3 nombres (réels, complexes ou quaternions) donnés à un facteur près. [Une définition algébrique analogue cesse d'être possible pour les octaves de Cayley, parce que la multiplication n'y est pas associative. On sait que les trois systèmes cités ci-dessus constituent les seules algèbres (associatives) primitives].

4. Observons aussi que l'existence d'une structure projective plane dans V^{2n} exige que les groupes d'homologie (8) de V^{2n} soient cycliques libres (7) pour les dimensions o, n, et $2n$, et vides pour les autres nombres de dimensions. L'exemple de V^{16} donné plus haut (n° 3) répond en même temps à une question posée par A. Bassi (9), qui considérait comme assez douteuse l'existence de variétés de ce type pour $n > 4$.

5. Je puis établir également des systèmes analogues de propositions équivalentes pour les axiomes de la géométrie projective à plus de 2 dimensions; mais ces propositions présentent moins d'intérêt immédiat, car elles ne peuvent être valables simultanément que pour les cas bien connus des géométries projectives classiques (en supposant toujours que les éléments considérés sont des variétés topologiques), réelle, complexe et quaternionienne. Cela résulte de la propriété suivante (Hilbert-Pontrjagin) : le théorème de Desargues est démontrable dans une géométrie projective à plus de deux dimensions (projectives), ce qui rend possible la construction d'un corps algébrique correspondant à cette géométrie.

TOPOLOGIE. — *Nouvelle démonstration du théorème de Schœnflies pour les espaces à n dimensions.* Note (1) de M. **Alexandre Ostrowski**, transmise par M. Hadamard.

1. La méthode utilisée dans notre précédente Note (2) pour la démonstration du théorème I sur la transformation

$$\pi = f(\mathrm{P}), \tag{1}$$

---

(7) *Fund. Math.*, 25, 1935, pp. 427-440.

(8) A réduire *mod* 2 lorsque $n = 1$ (cas du plan projectif *réel*).

(9) *Mem. della Cl. di Scienze R. Acc. d'Italia*, 6, 1935, pp. 669-714.

(1) Séance du 19 août 1946.

(2) *Comptes rendus*, 223, 1946, p. 229. Les renvois à cette Note seront marqués (I).

permet également de déduire facilement le théorème de Schœnflies (cf. le théorème III plus loin). Nous conserverons les notations de (1).

2. LEMME 1. — *Soit, dans les conditions du théorème* I, γ *un arc de Jordan aboutissant à un point* π_0 *de* Δ. *Alors* γ *contient une infinité de points de* Δ.

Démonstration. — Les surfaces σ_ν construites au n° 5 (1) entourent et convergent vers π_0. Donc à partir d'un certain ν, chacune des σ_ν est traversée par γ, de sorte qu'il y a des points de γ dans chaque σ_ν, $\nu > \nu_0$.

3. LEMME 2. — *Soit, dans les conditions du théorème* I, G *une surface de Jordan normale située avec son intérieur* G_i *dans* D. *Alors chaque point de l'intérieur* Γ_i *de l'image* Γ *de* G *par* (1) *appartient à* Δ *et* (1) *établit une correspondance topologique entre* G_i *et* Γ_i.

Démonstration. — Supposons que le lemme ne soit pas vrai et qu'il existe un point π_i dans Γ_i qui n'appartienne pas à Δ. Or, l'ensemble $\Gamma + \Gamma_i\Delta$ étant fermé puisque image de l'ensemble fermé $G + G_i$ par la transformation continue (1), il existerait dans $\Gamma + \Gamma_i\Delta$ un point π_0 dont la distance à π_1 soit *minimum*, et le segment de droite γ qui joint π_0 à π_1 ne contiendrait qu'un seul point, π_0, de Δ, contrairement au lemme 1. Ce qui prouve notre énoncé.

4. THÉORÈME II. — *Sous les hypothèses du théorème* I, *l'ensemble* Δ *image de* D *par la transformation* (1) *est ouvert dans* P_ν.

Démonstration. — Soient π_0 un point de Δ et P_0 son image dans D. Alors il existe dans D une surface de Jordan S_ν, *normale* et entourant P_0. La surface σ_ν correspondant à S_ν dans Δ entoure donc π_0.

D'après le lemme 2, tous les points intérieurs à σ_ν appartiennent à Δ, de sorte qu'un *voisinage total* de π_0 dans P_n appartient à Δ. Le théorème II est donc démontré.

5. THÉORÈME III. — *Soit, sous les hypothèses du théorème* I, G *une surface de Jordan appartenant ainsi que son intérieur* G_i *à* D. *Alors, si* Γ *correspond par* (1) *à* G, *tout l'intérieur* Γ_i *de* Γ *appartient à* Δ *et* (1) *établit une correspondance topologique entre* G_i *et* Γ_i.

Démonstration. — Supposons que G ne soit pas régulière et que l'image de G_i soit donc identique à Γ_e. Alors il existe une suite $\{\pi_\nu\}$ de points de L_e convergeant vers un point frontière ζ de Δ. Les points correspondants $\{\rho_\nu\}$ de D sont situés dans G_i et une suite partielle de $\{\rho_\nu\}$ converge vers un point P_0 appartenant soit à G_i soit à G. On peut donc supposer dès le début que l'on a

$$\rho_\nu \to \zeta, \qquad P_\nu \to P_0. \tag{2}$$

6. Dans (2) le point P_0 est un point de D auquel correspond par (1) un point π_0 de Δ, et il résulte de la continuité de (1) que les images π_ν des P_ν tendent vers π_0, ce qui est contraire à (2) puisque ζ est un point *frontière* de Δ. Donc la surface G est *régulière*.

D'autre part Δ étant ouvert, l'ensemble $\Delta\Gamma_e$ n'est pas vide et doit être l'image de DG_e. Donc la surface G est normale et le théorème III résulte alors du lemme 2.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Fluides compressibles. Étude directe du cas simplifié de Chaplygin.* Note [1] de M. **Paul Germain**, présentée par M. Joseph Pérès.

1. Soient $\varphi(x, y)$ le potentiel des vitesses d'un mouvement en fluide compressible, α_0 la célérité du son au point de vitesse nulle, u et v les composantes de la vitesse, α la célérité du son au point de vitesse (u, v); l'hypothèse de Chaplygin consiste à écrire $\alpha^2 = \alpha_0^2 + u^2 + v^2$. Dans ces conditions, $\alpha_0 \varphi$ est solution de l'équation des surfaces minima [2]

$$(1 + q^2)r - 2pqs + (1 + p^2)t = 0.$$

On a alors $u = \alpha_0 p$, $v = \alpha_0 q$. Nous poserons $\zeta = u - iv$.

2. Si l'on part de la représentation d'Enneper [3]

$$(1)\qquad \begin{cases} x = \mathcal{R}\left\{\int (1 - w^2)\mathcal{F}(w)\,dw\right\}; \qquad y = \mathcal{R}\left\{-i\int (1 + w^2)\mathcal{F}(w)\,dw\right\}; \\ \alpha_0 \varphi = \mathcal{R}\left\{\int 2w\mathcal{F}(w)\,dw\right\}, \end{cases}$$

les lignes du courant sont définies par $\mathcal{R}\left\{i\int 2w\mathcal{F}(w)\,dw\right\} = \text{const.}$ et la vitesse est donnée par

$$(2)\qquad \zeta = \frac{2\alpha_0 w}{1 - w\bar{w}}.$$

(Cette formule aux notations près est celle qu'obtient von Karmann. Voir *Journ. of the Aero. Soc.*, 8, 1941. Il s'agit de la formule n° 61 de cet article.)

Posons $h = w/w_0$, w_0 étant l'homologue de $\zeta = 1$, $z = x + iy$, $\mathcal{F}(w)\,dw = d\Phi/h$, les formules (1) s'écrivent

$$(3)\qquad dz = \frac{d\Phi}{h} - w_0^2\,\overline{h\,d\Phi}, \qquad \varphi = (1 - w_0^2)\Phi.$$

Le cas de l'incompressibilité correspond à $w_0 = 0$.

3° Dans le cas d'un profil à portance nulle, la vitesse à l'infini étant dirigée suivant Ox, et sa grandeur prise pour unité, Φ doit avoir une valeur imaginaire constante le long du profil et $\varphi - x$ garder une valeur finie à l'infini.

Soit $l(Z)$ la fonction représentant conformément [4] l'extérieur d'un profil P_0 sur l'extérieur du cercle de rayon 1. L'étude du mouvement incompressible

---

[1] Séance du 23 septembre 1946.

[2] Ceci est bien connu. Voir en particulier H. Bateman, *Proc. Roy. Soc.*, A, **125**, 1929, p. 598; G. Braun, *Ann. Physik*, **15**, 1932, p. 645.

[3] Darboux, *Théorie générale des surfaces*, **1**, p. 340 (2e édition).

[4] Comme d'habitude on prend la représentation conforme telle que $dl/dZ = 1$ au point à l'infini.

conduit à poser $\Phi(Z) = Z + (1/Z)$, $d\Phi/h = dl/dZ$ ce qui pour une valeur non nulle de ϖ_0 fournit la solution

$$z(Z) = l(Z) - \varpi_0^2 \overline{\int \left(\frac{d\Phi}{dZ}\right)^2 \frac{dZ}{dl} dZ} \tag{4}$$

qui définit un mouvement compressible autour d'un profil P_{ϖ_0} différent de P_0. On remarquera l'analogie du deuxième membre de (4) avec la formule de Blasius donnant les efforts sur P_0. La recherche d'un profil symétrique admettant un hodographe donné à la portance nulle se ramène à un problème d'analogie rhéoélectrique du type le plus simple dans un plan s défini par $h = 1 - (1/s^2)$.

4° M. Leray a attiré mon attention sur le cas où la portance n'est pas nulle. Φ est alors multiforme, mais ζ, c'est-à-dire h, est une fonction uniforme de z et prend une valeur finie à l'infini. Nous allons signaler deux procédés généraux permettant d'atteindre de tels mouvements

Reprenant la fonction $l(Z)$, soit

$$\Phi(Z) = e^{-i\beta} Z + \frac{e^{i\beta}}{Z} - \frac{i\Gamma}{2\pi} \operatorname{Log} Z,$$

le potentiel incompressible déterminé par la règle de Joukowski, et soit $L(Z)$ une fonction déterminée par

$$\frac{dL}{dZ} = \frac{dl}{dZ}\left(1 + \frac{\alpha}{Z} + \Sigma \frac{A_n}{Z^n}\right),$$

la fonction

$$L(Z) - \varpi_0^2 \overline{\int \left(\frac{d\Phi}{dZ}\right)^2 \frac{dZ}{dL} \cdot dZ} \tag{5}$$

est une fonction uniforme de Z, pour une valeur unique bien déterminée de α; α ainsi déterminé, les A_n sont arbitraires (sous réserve de convergence) et peuvent en particulier être pris tous nuls.

Un autre procédé consiste à prendre h fonction de $d\Phi/dl$, $d\Phi/dl$ étant la vitesse complexe du mouvement incompressible d'où l'on part, de manière à obtenir, dans le développement de h en fonction de Z, un coefficient de $1/Z$ tel que l'expression (5) [dans laquelle $dL/dZ = d\Phi/h$] soit uniforme. L'élégante formule utilisée par M. Leray [6] est un cas particulier de cette dernière méthode.

5. Pour utiliser les mouvements de Chaplygin comme approximation des mouvements *subsoniques* des fluides réels (pour lesquels nous désignerons par c la célérité du son), il faut choisir ϖ_0 ou, ce qui revient au même, α_0 en fonctions des données. Chaplygin pose l'égalité de c et de α au point de vitesse nulle, von Karman celle de α et de c à l'infini. Dans l'étude des profils, ces deux

---

[6] M. Leray a signalé cette formule dans une Communication présentée au VIe Congrès International de Mécanique appliquée de Paris (septembre 1946).

approximations et surtout la première sous-estiment certainement les effets de compressibilité. On obtient une meilleure approximation en écrivant l'égalité de α et de c pour la valeur moyenne de la vitesse prise le long du profil (en fluide compressible). Pratiquement on commence par calculer la valeur moyenne de la répartition approximative de vitesse avec la valeur de w_0 de von Karman, ce qui permet de calculer une nouvelle valeur de w_0, que l'on pourra considérer comme définitive.

HYDRODYNAMIQUE. — *Contribution à l'étude expérimentale de phénomènes anomaux en mécanique des fluides visqueux.* Note ([1]) de M. **Jacques Huetz**, présentée par M. Jean Cabannes.

I. Des anomalies ont été signalées par A. Guillet dans la mesure du coefficient de viscosité η d'un liquide ([2]).

Les forces exercées par un fluide visqueux incompressible sur un obstacle en déplacement relatif sont données par le tenseur des efforts et sont proportionnelles à η si l'on suppose le champ des vitesses indépendant de ce dernier coefficient. S'appuyant sur ce fait, A. Guillet pensa construire un viscosimètre absolu, en mesurant les forces exercées par un fluide visqueux sur une sphère en rotation. Dans le cas où le fluide est compris entre deux sphères concentriques S_i et S_e en rotation avec une vitesse angulaire relative ω_0, on peut calculer le moment $\mathcal{M}$ des forces exercées sur l'une de celles-ci. En se plaçant dans l'hypothèse usuelle du mouvement plan perpendiculaire à l'axe de rotation, où la vitesse angulaire ω en un point du liquide n'est fonction que du seul rayon sphérique R, on a

$$\mathcal{M} = 8\pi\eta\omega_0 \frac{R_e^3 R_i^3}{R_e^3 - R_i^3}, \tag{1}$$

R_e et R_i étant respectivement les rayons des sphères extérieure et intérieure. On détermine les constantes d'intégration en supposant nul le glissement du liquide sur les parois. Or, la mesure expérimentale de $\mathcal{M}$ conduit à une valeur de η plus grande que celle donnée par un viscosimètre utilisant l'écoulement à la Poiseuille dans un tube.

II. Nous avons repris ces expériences et les avons étendues à l'aide de deux appareils. L'un entretient la rotation de la sphère S_i placée dans son enceinte homothétique S_e. On utilise un moteur chronométrique Guillet à axe vertical, pourvu d'une démultiplication à engrenages; les vitesses, fixées une fois pour toutes par construction, sont égales à 0,375, 0,5, 0,75 et 1 tour/seconde. L'autre, à vitesse variable et continue, permet des vitesses de 0,03 à 1 tour/seconde de l'enveloppe S_e, la sphère S_i, suspendue à un fil de tension, restant

---

([1]) Séance du 23 septembre 1946.

([2]) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1522.

fixe en régime permanent. L'orientation de la sphère S_i est repérée par la méthode de Poggendorff; une pince tournante et graduée permet de ramener la sphère, en sens inverse du mouvement, jusqu'à sa position initiale.

Les sphères employées sur ces deux appareils avaient les dimensions suivantes : $2R_e = 116^{mm},4$ et $2R_i = 25$, 35, 48, 61, 65,1 et 90^{mm} de diamètre.

III. La nature des résultats diffère nettement suivant la viscosité de l'huile employée. Pour les huiles visqueuses (type huile de ricin) dont la viscosité variait de 10 à 20 poises suivant la température ambiante, nous avons toujours mesuré des moments en accord avec ceux calculés par la formule (1). Il semble donc que, pour des huiles suffisamment visqueuses, le paradoxe de A. Guillet n'existe pas dans les conditions expérimentales ci-dessus mentionnées ou s'insère dans les erreurs d'expérience qui sont de l'ordre de 2 %.

Si l'on utilise une huile de viscosité moyenne égale à 0,5 poise, et si l'on construit la courbe qui donne $\mathcal{M}$ en fonction de ω_0, on observe les particularités suivantes :

a. Pour $0{,}03 < \omega_0 < \omega_l$ (en tour/seconde), la courbe est une droite passant à l'origine : ω_l est une certaine vitesse critique, bien inférieure à celle que laisse prévoir le nombre de Reynolds pour le passage au régime turbulent. Cette vitesse ω_l croît avec la viscosité et avec le rayon de S_i. Les moments mesurés sont supérieurs, dans un rapport variable de 1,15 à 1,50 suivant les sphères employées, aux moments calculés par la formule (1).

b. Pour $\omega_l < \omega_0 < 1$ tour/seconde, les points représentatifs de la courbe $\mathcal{M}(\omega_0)$ se répartissent approximativement sur une droite de coefficient angulaire plus élevé ($\mathcal{M}$ croît cependant un peu plus vite que ne l'indiquerait une formule linéaire). Quant aux moments mesurés, ils sont dans un rapport variant de 1,15 à 1,61 avec les moments calculés, selon les sphères et les vitesses considérées.

HYDRODYNAMIQUE. — *Essai de rationalisation des phénomènes anomaux en viscosité*. Note [1] de M. **Henry du Boscq de Beaumont**, présentée par M. Jean Cabannes.

I. Expérimentant sur de l'huile d'olive à température ambiante, Amédée Guillet a trouvé, pour un système de sphères concentriques, que le couple de torsion observé était beaucoup plus fort que celui de la formule classique préjugée [2]. Avec de l'huile de ricin, Jacques Huetz observe dans les mêmes conditions le couple classique. Employant une huile de viscosité plus faible (0,5 c.g.s. environ), cet expérimentateur retrouve en les complétant les anomalies précédentes [3].

---

[1] Séance du 23 septembre 1946.

[2] *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1522.

[3] *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 44.

Aux faibles vitesses le couple est plus fort que le couple classique; aux vitesses croissantes, bien qu'encore très faibles, le segment de droite passant par l'origine, qui représente le couple en fonction de la vitesse, se poursuit, du moins en ses débuts, selon un segment de coefficient angulaire plus élevé que le précédent. D'après Amédée Guillet, suivant une variation thermique, le couple paraît proportionnel à un coefficient de viscosité et linéaire par rapport à la vitesse angulaire. Ces deux faits paraissent théoriquement liés.

Désignant en effet par p la pression; u, v, w les composantes de la vitesse V; Δ le laplacien; η, ρ, g le coefficient de viscosité, la masse spécifique du liquide et l'accélération de la pesanteur, l'équation de Navier complète, pour l'axe OX, sera

$$\frac{\partial p}{\partial x} - \eta\,\Delta u + \rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial t}\right) = 0;$$

$\partial u/\partial t$ disparaît en régime permanent et, *si l'on néglige avec Stokes les termes carrés*, on a pour les trois axes le système linéaire $\partial p/\partial x - \eta\,\Delta u = 0$, $\partial p/\partial y - \eta\,\Delta v = 0$, $\partial p/\partial z - \eta\,\Delta w = -\rho g$. Tenant compte de l'équation $\mathrm{div}\,V = 0$, il vient ensuite $\Delta p = 0$, $\Delta\Delta u = 0$, $\Delta\Delta v = 0$, $\Delta\Delta w = 0$. Selon ce système, le champ des vitesses apparaît indépendant de la viscosité η. Dans le cas du système de Navier non linéarisé le champ dépend de η/ρ.

II. Considérons un corps de révolution tournant autour de son axe vertical OZ, dans un vase de révolution coaxial. Introduisant le rayon cylindrique r, le couple de viscosité s'exprimera par

$$M = 2\pi\eta\int r^3\left(\frac{\partial\omega}{\partial z}\,dr - \frac{\partial\omega}{\partial r}\,dz\right).$$

L'intégration est étendue, sur l'arc de méridienne du corps tournant, d'un pôle à l'autre; ω désigne la vitesse angulaire. On voit alors que, dans l'hypothèse de Stokes, l'intégrale ne dépendant pas de η/ρ, M est proportionnel à η et qu'à défaut de cette hypothèse M ne paraît pas devoir lui être proportionnel. On apercevra encore que, dans le cas du système linéaire, ω satisfaisant à l'équation linéaire $E(r^2\omega) = (\partial/\partial z)(r^3\,\partial\omega/\partial z) + (\partial/\partial r)(r^3\,\partial\omega/\partial r) = 0$, M est linéaire par rapport à un facteur de la vitesse. Pour conclure, sur ce premier point, Amédée Guillet et Jacques Huetz se seraient donc trouvés placés en régime linéaire par rapport aux vitesses.

III. Quant au second point, concernant la possibilité de plusieurs régimes linéaires, on pourrait sans doute éclairer la question en faisant d'abord intervenir l'action perturbatrice de la force centrifuge latente : elle interdit en toute rigueur la possibilité du mouvement plan, qui conduit en première approximation à la formule classique vérifiée par Jacques Huetz pour l'huile de ricin. A moins qu'il ne s'agisse de simples glissements, on pourrait donc concevoir, pour un liquide donné, l'existence de vitesses angulaires critiques annonçant des trajectoires gauches, cependant en régime linéaire.

Introduisons la fonction de courant méridienne ψ qui relie comme on sait les vitesses radiale V_r et axiale V_z; soit $rV_r = \partial\psi/\partial z$, $rV_z = -\partial\psi/\partial r$; l'intégration du problème du champ dépend, outre l'équation déjà mentionnée $E(r^2\omega) = 0$, de l'équation itérée $EE(\psi) = 0$.

Supposons déterminé un système de solutions ψ et $\omega = d\theta/dt$; les lignes de courant seront données par $dr/(\partial\psi/\partial z) = -dz/(\partial\psi/\partial r) = d\theta/r\omega$. Considérons alors les surfaces intégrales $\theta(r, z)$ de l'équation $\partial\psi/\partial z . \partial\theta/\partial r - \partial\psi/\partial r . \partial\theta/\partial z = r\omega$; les lignes de courant en question, qui en sont les caractéristiques, sont toutes tracées sur ces surfaces $\theta(r, z)$ qui présentent les points coniques définis par $\partial\psi/\partial z = \partial\psi/\partial r = 0$.

Ces points coniques sont les traces méridiennes de circonférences-trajectoires isolées autour desquelles s'enroulent les trajectoires gauches, en traversant N fois par tour les plans des circonférences.

Ainsi les intégrations suivantes étant effectuées sur une courbe fermée $\psi = \text{const.}$ quelconque, ne renfermant qu'un point conique, le nombre $\Theta = -\oint \frac{r\omega\, dz}{\partial\psi/\partial r}$ et la suite de nombres $h = -\frac{N}{2\pi}\oint \frac{r\omega}{\partial\psi/\partial r}dz$ représentent respectivement et la *circulation* Θ définie autour d'un point conique et le facteur h qu'il convient d'appliquer à $\psi(r, z)$, pour que les trajectoires appartenant au domaine de ce point se referment tour par tour autour de l'axe.

Il résulte de cette esquisse que le mouvement plan classique, dont Jacques Hüetz a reconnu la réalité, doit être considéré comme étant analytiquement séparé de tous mouvements gauches éventuels, avec des vitesses critiques de passage. Tant que la vitesse n'est pas excessive, les divers moments peuvent être proportionnels au coefficient de viscosité.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur quelques problèmes de fonctions propres relatifs à l'hexagone régulier*. Note [1] de M. **Gerhard Wassermann**.

M. Christopherson [2] a étudié les solutions de l'équation d'onde scalaire à deux dimensions

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + K\psi = 0, \tag{1}$$

avec les conditions aux limites sur la frontière d'un hexagone régulier S

$$\text{(A) soit } \psi = 0 \text{ sur S}; \qquad \text{(B) soit } \frac{\partial\psi}{\partial n} = 0 \text{ sur S}.$$

J'obtiens ici les solutions générales dépendant de deux nombres nodaux

---

([1]) Séance du 19 août 1946.

([2]) *Quarterly J. Math.*, **11**, 1940, p. 63.

mais je n'ai pu démontrer qu'elles forment un système complet de fonctions orthonormées.

Les côtés de l'hexagone S étant représentés par

$$L_s \equiv x\cos\theta_s + y\sin\theta_s - p = 0, \tag{2}$$

où

$$\theta_s = (2s-1)\frac{\pi}{6} \qquad (s = 1, 2, \ldots, 6),$$

nous cherchons une solution ψ de (1) de la forme

$$\psi = \sum_{r=1}^{6} A_r e^{i\{[\lambda\cos\theta_r + (-1)^r\mu\sin\theta_r . x] + [\lambda\sin\theta_r + (-1)^{r-1}.\mu.\cos\theta_r]y\}}, \tag{3}$$

où A_r, λ et μ sont des constantes qui seront déterminées plus loin. Cette fonction ψ sera solution de (1) si nous avons

$$K = \lambda^2 + \mu^2. \tag{4}$$

Solutions pour (A). — Soit $\psi = 0$ sur L_s. Alors, éliminant y entre (2) et (3), nous obtenons

$$\psi = \sum_{r=1}^{6} A_r e^{i\operatorname{cosec}\theta_s[(\lambda\sin\theta_{sr} + (-1)^r\mu\cos\theta_{sr})x + p(\lambda\sin\theta_r + (-1)^{r-1}\mu\cos\theta_r)]} = 0 \tag{5}$$

sur S, où $\theta_{sr} = \theta_s - \theta_r$. Nous considérerons θ_s et A_s comme formant un groupe cyclique avec les relations

$$A_{s+6} = A_s \quad \text{et} \quad \theta_{s+6} = \theta_s. \tag{6}$$

L'équation (5) peut être satisfaite en amenant les termes correspondants à s'annuler par paires, ce qui peut s'obtenir par un choix convenable des constantes A, λ et μ. Supposant que les termes d'ordre r et r' forment une paire dont les facteurs exponentiels sont égaux, c'est-à-dire

$$\lambda\sin\theta_{sr} + (-1)^r\mu\cos\theta_{sr} = \lambda\sin\theta_{sr'} + (-1)^{r'}\mu\cos\theta_{sr'},$$

ce qui exige que

$$r' = 2s + 6q + 3 - r \qquad (q = 0, 1, 2, \ldots).$$

et en égalant à zéro la somme des termes d'ordre r et r', nous obtenons

$$\begin{aligned} A_{r'} &= -A_r e^{ip\operatorname{cosec}\theta_s[\lambda(\sin\theta_r - \sin\theta_{r'}) + (-1)^{r-1}\mu(\cos\theta_r - \cos\theta_{r'})]} \\ &= -A_r e^{2ip[\lambda\cos\theta_{sr} + (-1)^{r-1}\mu\sin\theta_{sr}]}. \end{aligned} \tag{7}$$

Il suffit de prendre $q = 0$, car une autre valeur de q redonnerait (7) en tenant compte de (6). L'équation (7) peut être satisfaite en posant, soit

$$p = 2n\pi \quad \text{et} \quad \mu\sqrt{3}p = 2m\pi, \tag{8a}$$

soit, si λ, $\mu \neq 0$,

$$(8\,b)\qquad \lambda p = (2n+1)\pi \quad \text{et} \quad \mu\sqrt{3}\,p = (2m+1)\pi,$$

où m et n sont des entiers ou zéro.

Nous obtenons dans les deux cas

$$(9)\qquad A_1 = -A_2 = A_3 = -A_4 = A_5 = -A_6.$$

Les valeurs propres correspondantes sont alors données par

$$(10\,a)\qquad K_{m,n} = \frac{4\pi^2}{p^2}\,\frac{n^2+m^2}{3}$$

$$(10\,b)\qquad K_{m,n} = \frac{\pi^2}{p^2}\,\frac{(2n+1)^2+(2m+1)^2}{3} \qquad (m,\ n = 0,\ 1,\ 2,\ \ldots).$$

A partir de (8) et (9), séparant les parties réelles et imaginaires, nous obtenons

$$(11)\qquad \psi_{m,n} = \psi_0 \sum_{r=1}^{3} (-1)^{r-1} \cos[\mu^{(m)}(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)]\sin[\lambda^{(n)}(x\cos\theta_r\, y\sin\theta_r)],$$

et

$$(12)\qquad \Phi_{m,n} = \Phi_0 \sum_{r=1}^{3} (-1)^{r-1} \sin[\mu^{(m)}(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)]\sin[\lambda^{(n)}(x\cos\theta_r\, y\sin\theta_r)],$$

ψ_0 et Φ_0 étant des facteurs de normalisation. $\psi_{m,n}$ et $\Phi_{m,n}$ représentent deux solutions indépendantes de (1) formant chacune un ensemble doublement infini de fonctions propres.

Solution pour (B). — Par une méthode analogue, on obtient

$$(13)\qquad \begin{matrix}\psi'_{m,n}\\ \Phi'_{m,n}\end{matrix} = \begin{matrix}\psi'_0\\ \Phi'_0\end{matrix} \sum_{r=1}^{3} \begin{matrix}\cos\\ \sin\end{matrix}\left\{\mu^{(m)}(x\sin\theta_r - y\cos\theta_r)\right\}\cos[\lambda^{(n)}(x\cos\theta_r + y\sin\theta_r)].$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la détermination des matrices satisfaisant à un système de relations de la théorie du méson.* Note (1) de M. **Henri Garnir**.

Les travaux de G. Petiau, E. Schrödinger, J. K. Lubansky et L. Rosenfeld, N. Kemmer, montrent l'intérêt du problème suivant : déterminer tous les systèmes de matrices hermitiennes $A_1, \ldots, A_n$ vérifiant les relations

$$A_i A_j A_k + A_k A_j A_i = A_i\,\delta_{jk} + A_k\,\delta_{ji}, \qquad (i,\ j,\ k = 1,\ \ldots,\ n).$$

Il est facile d'établir le théorème de réductibilité complète suivant : les matrices hermitiennes cherchées forment un système irréductible ou bien sont respectivement équivalentes à la somme directe des matrices de même indice prises dans un certain nombre de systèmes irréductibles non nécessairement distincts.

(1) Séance du 30 septembre 1946.

Pour obtenir des systèmes irréductibles, considérons des vecteurs $\vec{e}_{\mu_1\ldots\mu_p}$, $(\mu_1 \neq \ldots \neq \mu_p = 1, \ldots, N \equiv n+1)$, antisymétriques par rapport à leurs indices; C_N^p d'entre eux sont linéairement indépendants. Définissons ensuite les opérateurs linéaires S_{kl}, $(k, l = 1, \ldots, N)$, en posant $S_{kl} = 0$ si $k = l$ et en admettant que S_{kl}, $(k \neq l)$, annule les vecteurs $\vec{e}_{\mu_1\ldots\mu_p}$ qui contiennent k et l ou ne contiennent ni k ni l, parmi leurs indices; en outre, appliqué à un vecteur contenant en indice un seul des nombres k ou l, S_{kl} remplace l'indice k par l, ou l par k, et, dans ce dernier cas, change le signe du vecteur.

Cela étant, on peut montrer que, si N est impair ou si N est pair et $p \neq N/2$, les matrices obtenues en appliquant les n opérateurs $i S_{k+1,1}$, $(k = 1, \ldots, n)$, aux C_N^p vecteurs $\vec{e}_{\mu_1\ldots\mu_p}$ linéairement indépendants, constituent un système irréductible cherché; les systèmes correspondant aux valeurs p' et $N - p'$ de p sont équivalents. Si N est pair et si $p = N/2$, on obtient deux nouveaux systèmes irréductibles, non équivalents entre eux et aux précédents, en appliquant les mêmes opérateurs respectivement aux $(1/2)\, C_N^p$ vecteurs

$$\vec{e}_{\mu_1\ldots\mu_{\frac{N}{2}}} \pm (i)^{\frac{N}{2}} \vec{e}_{\mu_{\frac{N}{2}+1}\ldots\mu_N},$$

formés au moyen des vecteurs à N/2 indices linéairement indépendants pris deux à deux et choisis pour que la permutation $\mu_1 \ldots \mu_{\frac{N}{2}} \mu_{\frac{N}{2}+1} \ldots \mu_N$ soit paire.

Les résultats précédents permettent d'obtenir, si $N \equiv n + 1 = 2\nu$, [resp. $N \equiv n + 1 = 2\nu + 1$], $\nu + 1$, [resp. ν], systèmes irréductibles non équivalents.

Pour montrer que l'on obtient ainsi tous les systèmes irréductibles et non équivalents vérifiant les relations proposées, nous avons formé des combinaisons des matrices cherchées vérifiant des relations rencontrées par E. Cartan et H. Weyl dans la théorie des groupes continus semi-simples; nous sommes arrivés à notre but en utilisant les théorèmes établis par ces auteurs.

Notre méthode permet de retrouver, pour $n = 4$ et $n = 5$, les systèmes utilisés jusqu'ici dans la théorie du méson. A cet effet, il est utile de remarquer que si $A_1, \ldots, A_n$ forment un système cherché, il en est de même des matrices $A_i^{(p)} = A_i A_p + A_p A_i$, si $i \neq p$ et $B_p^{(p)} = A_p$.

CHALEUR. — *Sur le problème du refroidissement de la sphère.*
Note de M. **Hippolyte Parodi**, présentée par M. Albert Caquot.

La méthode que nous avons indiquée pour la résolution du problème du mur s'applique au problème du refroidissement de la sphère, l'équation de propagation étant

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial \theta}{\partial r} - \frac{1}{h}\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0. \tag{1}$$

Les équations aux limites sont

$$\theta(R_0, t) = f(t) \qquad \text{pour la surface extérieure;}$$
$$\theta(R_1, t) = g(t) \qquad \text{» intérieure.}$$

La condition initiale est

$$\theta(r, 0) = F(r).$$

Posons

$$\theta = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots + V_1 + V_2 + V_3 + \ldots$$

L'équation (1) s'écrira

$$(2) \qquad 0 = \left\{ \begin{array}{l} \left[\dfrac{\partial^2 U_1}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r}\dfrac{\partial U_1}{\partial r}\right] + \left[\dfrac{\partial^2 U_2}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r}\dfrac{\partial U_2}{\partial r} - \dfrac{1}{h}\dfrac{\partial U_1}{\partial t}\right] + \ldots \\ \left[\dfrac{\partial^2 V_1}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r}\dfrac{\partial V_1}{\partial r}\right] + \left[\dfrac{\partial^2 V_2}{\partial r^2} + \dfrac{2}{r}\dfrac{\partial V_2}{\partial r} - \dfrac{1}{h}\dfrac{\partial V_1}{\partial t}\right] + \ldots \end{array} \right\} = 0.$$

Nous prendrons comme valeurs de U_1 et V_1,

$$U_1 = \frac{R_0 - r}{R_0 - R_1}\frac{R_1}{r} f(t), \qquad V_1 = \frac{R_1 - r}{R_1 - R_0}\frac{R_0}{r} g(t);$$

pour $r = R_0$, on a $U_1 = 0$, $V_1 = g(t)$,

» $r = R_1$, on a $V_1 = f(t)$, $V_1 = 0$;

à ces valeurs de U_1 et V_1 correspondent des fonctions U_2 et V_2

$$\frac{\partial^2 U_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial U_2}{\partial r} = \frac{R_1}{hr}\frac{R_0 - r}{R_0 - R_1}\frac{df(t)}{dt}, \qquad \frac{\partial^2 V_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial V_2}{\partial r} = \frac{R_0}{hr}\frac{R_1 - r}{R_1 - R_0}\frac{dg(t)}{dt},$$

La fonction U_2 sera de la forme $[a_2 r^2 + a_1 r + a_0 + b_0/r]\, df(t)/dt$, V_2 sera de la même forme, $dg(t)/dt$ remplaçant $df(t)/dt$.

Les coefficients arbitraires a_0, b_0 seront déterminés de manière que les fonctions U_2 et V_2 s'annulent pour $r = R_0$ et $r = R_1$; à ces fonctions U_2 et V_2 correspondront des fonctions U_3 et V_3 de la forme

$$\left[a_4 r^4 + a_3 r^3 + a_2 r^2 + a_1 r + a_0 + \frac{b_0}{r}\right]\frac{d^2 f(t)}{dt} \quad \text{ou} \quad \frac{d^2[g(t)]}{dt^2}$$

et les coefficients arbitraires a_0 et b_0 seront déterminés de manière que

$$U_3 = 0 \quad \text{et} \quad V_3 = 0, \qquad \text{pour } r = R_0 \text{ et } r = R_1.$$

En continuant ainsi de proche en proche nous obtiendrons

$$E(r, t) = \frac{R_1}{r}\frac{R_0 - r}{R_0 - R_1} f(t) + \frac{R_0}{r}\frac{R_1 - r}{R_1 - R_0} g(t) + \sum\left[\frac{P_n}{h^n}\frac{d^n f(t)}{dt^n} + \frac{Q_n}{h^n}\frac{d^n g(t)}{dt^n}\right].$$

La fonction $E(r, t)$ satisfait à l'équation de propagation et aux conditions aux limites, mais elle ne satisfait pas nécessairement à la condition initiale.

En ajoutant à $E(r, t)$ une fonction $H(r, t)$ satisfaisant à l'équation de propagation et s'annulant aux limites $r = R_0$ et $r = R_1$, nous pourrons trouver une

fonction $\theta(r, t) = E(r, t) + H(r, t)$ si la fonction $H(r, t)$ est telle que

$$\theta(r, 0) = F(r) = E(r, 0) + H(r, 0).$$

Prenant comme fonction $H(r, t)$ la somme

$$H(r, t) = \sum_n \frac{a_n \sin n\pi \frac{r - R_1}{R_0 - R_1}}{r} e^{-h\left(\frac{n\pi}{R_0 - R_1}\right)^2 t},$$

nous voyons que

$$H(r, 0) = \sum \frac{a_n \sin n\pi \frac{r - R_1}{R_0 - R_1}}{r}.$$

Pour trouver les coefficients a_n nous n'aurons qu'à former la fonction $r[F(r) - E(r, 0)]$ et appliquer à cette fonction la méthode de calcul de Fourier.

Dans le cas où les conditions aux limites sont différentes de celles admises dans l'étude précédente, nous pourrons considérer les fonctions $f(t)$ et $g(t)$ comme des fonctions auxiliaires que nous chercherons à déterminer au moyen des grandeurs définissant les conditions aux limites nouvelles. Supposons par exemple, que les températures données soit celles de l'air intérieur, $f_1(t)$ pour $r \leqq R_1$, et celle de l'air extérieur $g_1(t)$ pour $r \geqq R_0$.

Les échanges superficiels de chaleur seront définis par les relations :

$$\text{face } r = R_0, \qquad -\lambda \left[\frac{\partial\theta}{\partial r}\right]_{r=R_0} = \varepsilon_0[\theta(R_0, t) - g_1(t)]_{r=R_0},$$

$$\text{face } r = R_1, \qquad -\lambda \left[\frac{\partial\theta}{\partial r}\right]_{r=R_1} = \varepsilon_1[\theta(R_1, t) - f_1(t)]_{r=R_1}.$$

Mais

$$\left[\frac{\partial\theta}{\partial r}\right] = \frac{R_0 R_1}{r^2(R_0 - R_1)}[g(t) - f(t)] + \sum \frac{1}{h^n}\left[\frac{\partial P_n}{\partial r}\frac{d^n f(t)}{dt^n} + \frac{\partial Q_n}{\partial r}\frac{d^n g(t)}{dt^n}\right].$$

Les constantes d'intégration figurant dans l'expression des fonctions P_n et Q_n n'étant pas encore déterminées, nous pourrons les choisir de manière que les conditions suivantes soient satisfaites

$$\left[\frac{\lambda}{\varepsilon_0}\frac{\partial P_n}{\partial r} + P_n\right] \text{ et } \left[\frac{\lambda}{\varepsilon_0}\frac{\partial Q_n}{\partial r} + Q_n\right] = 0 \qquad \text{pour } r = R_0,$$

$$\left[\frac{\lambda}{\varepsilon_1}\frac{\partial P_n}{\partial r} + P_n\right] \text{ et } \left[\frac{\lambda}{\varepsilon_1}\frac{\partial Q_n}{\partial r} + Q_n\right] = 0 \qquad \text{pour } r = R_1.$$

Nous devrons alors avoir, quelle que soit la valeur de t,

$$\frac{\lambda}{\varepsilon_0}\frac{R_1}{R_0(R_0 - R_1)}[g(t) - f(t)] + g(t) = g_1(t),$$

$$\frac{\lambda}{\varepsilon_1}\frac{R_0}{R_1(R_0 - R_1)}[g(t) - f(t)] + f(t) = f_1(t);$$

de ces deux équations nous déduirons les valeurs de $f(t)$ et $g(t)$ à adopter pour que la fonction $E(x, t)$ satisfasse aux conditions aux limites données.

OPTIQUE. — *Dépolarisation longitudinale de la lumière par les cristaux liquides et les cristaux mous, en fonction de la température.* Note de M. **Stéfan Procopiu**, présentée par M. Aimé Cotton.

1. La lumière polarisée qui traverse un liquide tenant en suspension des particules cristallines et anisotropes éprouve une dépolarisation partielle. Cette dépolarisation est proportionnelle à la concentration en particules, à leur biréfringence, et elle n'apparaît que si leurs dimensions sont plus grandes que les longueurs d'ondes lumineuses [1].

Je me suis proposé d'étudier la dépolarisation par les cristaux liquides et les cristaux mous, pour connaître l'anisotropie de leurs particules à l'état de fusion trouble nématique, et à l'état de fusion en liquide transparent. La méthode employée a été celle du biréfringent à deux images de Cornu. Une couche mince de la substance à étudier est introduite entre le polariseur et le biréfringent suivi de l'analyseur. L'intensité de l'image due à la dépolarisation est amenée à être égale à celle de la seconde image par une rotation de l'analyseur d'un angle α, angle de dépolarisation. L'angle α et la dépolarisation D sont liés par la relation $2\sin^2\alpha = D$ [avec $D = N(N+P)$]. Les substances étudiées ont été le *para*-azoxyanisol, la cire des abeilles et la lanoline.

2. *Résultats.* — Le *p*-azoxyanisol, à l'état de liquide trouble, entre 116° C. et 134° C., dépolarise fortement la lumière et présente encore une luminosité très intense. Une couche de substance de $0^{mm},25$ d'épaisseur donne dans cet intervalle de température un angle de dépolarisation de $\alpha = 26°$. Au-dessus de la température de 134° la dépolarisation tombe à zéro. L'apparition et la disparition de la dépolarisation se font d'une manière brusque. Après une première fusion, la substance refroidie donne une plage non homogène, formée de petites plages lumineuses, qui correspondent à de la substance solide devenue dépolarisante par l'orientation de ses particules à la surface des disques de verre.

Par suite, le *p*-azoxyanisol est constitué par des particules anisotropes, plus grosses qu'un micron, aussi bien à l'état solide qu'à l'état de cristal liquide. La fusion à l'état nématique ne fait que faciliter l'orientation des agglomérés moléculaires; après la disparition de l'état nématique, à 134°, les particules de cristaux liquides se résolvent en des particules dont les dimensions sont de l'ordre moléculaire, de sorte que leur biréfringence n'intervient plus dans la dépolarisation.

---

(1) St. Procopiu, *Comptes rendus*, **173**, 1921, p. 409. *Annales de physique*, 10e série, **1**, 1924, p. 270. *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 55. Nous reviendrons sur des recherches récentes de A. Boutaric et Mlle M. Hirtz, *Comptes rendus*, **220**, 1945, p. 309, d'après lesquelles la biréfringence n'est pas la seule cause du phénomène.

Un champ magnétique de l'ordre de 2000 gauss, appliqué perpendiculairement à la couche de substance, parallèlement au faisceau de lumière, augmente considérablement la luminosité de la plage, sans toutefois changer l'angle de dépolarisation.

3. Un colloïde de *p*-azoxyanisol peut être obtenu en faisant une solution alcoolique de ce corps, diluée ensuite dans l'eau. Ce colloïde dépolarise la lumière. En mesurant l'angle de dépolarisation d'un colloïde de concentration connue, et en le comparant avec celui que donne une suspension de calcite, de concentration et de biréfringence connues, on calcule la biréfringence des particules colloïdales de *p*-azoxyanizol. J'ai trouvé $\Delta n = n_g - n_p = 0,58$, alors que les mesures directes sur un cristal unique de *p*-azoxyanizol ont donné [2] $\Delta n = 0,63$, à 19° C. et pour une longueur d'onde de 0,589 μ. Par suite, la substance présente le même ordre d'anisotropie à l'état solide et à l'état colloïdal.

4. La cire des Abeilles est formée de cristaux mous. Une couche de cire de $0^{mm},25$ d'épaisseur, pressée entre deux disques de verre, présente entre 59° et 61° C. une forte dépolarisation ($\alpha = 38°$), et une illumination intense de la plage, comme dans le cas des cristaux liquides. Au-dessus de 61° C., température de fusion, la dépolarisation tombe à zéro, et au-dessous de 59° il y a assombrissement de la plage. Dans cet intervalle d'environ deux degrés où l'on observe la luminosité et la dépolarisation, la cire est formée de particules biréfringentes et de dimensions plus grandes qu'un micron. Au-dessus de la température de fusion, les groupements moléculaires se détruisent et la dépolarisation disparaît, comme dans le cas des cristaux liquides. Les cristaux mous sont un intermédiaire entre les cristaux solides et les cristaux liquides.

5. Une couche mince de cire (épaisseur $0^{mm},04$ déterminée au microscope) donne à 59° C. un angle de dépolarisation $\alpha = 27°,5$. En comparant cette dépolarisation à celle d'une couche de suspension de calcite, on déduit pour la biréfringence de la cire la valeur $\Delta n = 0,037$, alors que les mesures directes de P. Gaubert ont donné 0,040 [3].

6. La lanoline est constituée par des cristaux mous. Elle dépolarise la lumière, dès la température ordinaire, et cette dépolarisation diminue quand la température croît, pour disparaître à 39° C.

En résumé, les cristaux liquides et les cristaux mous, dans un certain intervalle de température, présentent une forte dépolarisation longitudinale et une luminosité intense, dues aux groupements moléculaires (groupements anisotropes, de dimensions plus grandes qu'un micron et facilement orientables) dont ils sont constitués. Après cet intervalle de température, la dépolarisation disparaît, les particules des cristaux se désagrègent.

---

(2) Zadoc-Kahn, *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 1138.

(3) P. Gaubert, *Comptes rendus*, **151**, 1910, p. 532.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la complexité des spectres électroniques des sels d'uranyle.* Note (¹) de Mme **Marie Freymann**, Mme **Thérèse Guilmart** et M. **René Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

De nombreux travaux (²) ont montré que les sels d'uranyle (³) présentent, dans le spectre visible, un grand nombre de bandes d'absorption (vers les grandes fréquences) et d'émission (vers les basses fréquences). Si Nichols et Howes, Moerman et Kraak (²) avaient déjà tenté de classer ces bandes, ce n'est qu'aujourd'hui qu'on peut vraiment aborder ce problème.

Les données nouvelles qui permettent de reprendre cette question résultent de recherches récentes sur les spectres d'absorption infrarouge et de diffusion Raman des sels d'uranyle : Conn et Wu (⁴), Lecomte et Freymann (⁵), Satyanarayana (⁶), Pant et Sakhavalkar (⁷) ont mis en évidence des fréquences de vibration attribuées par ces auteurs à des oscillations de l'ion $(UO_2)^{++}$ (³). Ce sont 210,860 et 930 cm^{-1} environ; selon Satyanarayana, 210 cm^{-1} serait en réalité un doublet : 197-226 cm^{-1}. Soulignons également que Lecomte et Freymann ont observé dans l'infrarouge la fréquence de combinaison $930 + 210$ cm^{-1}; nous utiliserons prochainement ce résultat.

Grâce à ces données nouvelles, nous pouvons donner une classification assez complète des bandes électroniques des sels d'uranyle; elle fera l'objet d'une prochaine Note. Car, étant donné la complexité du problème, il nous fallait rechercher auparavant un sel dont le spectre soit relativement simple. Cette recherche nous a conduits à divers résultats d'ordre spectrochimique que nous allons exposer tout d'abord.

I. Méthode expérimentale. — Nous avons repris l'examen des spectres d'absorption et de fluorescence de divers sels d'uranyle, sulfates, nitrate, hydroxydes et acétates à l'état solide. Nous avons appliqué la méthode des poudres décrite et utilisée précédemment (⁸).

(¹) Séance du 30 septembre 1946.

(²) Nichols et Howes, *Phys. Rev.*, **14**, 1919, pp. 201 et 293; Moerman et Kraak, *Rec. Trav. Ch. Pays-Bas*, **58**, 1939, p. 34; V. Gmelins, *Handbuch*, 55.

(³) Nous conservons ici cette expression « sels d'uranyle » pour désigner les sels d'uranium dans la formule desquels on introduit généralement le groupement UO_2 [ex. : $(CH_3COO)_2UO_2, 2H_2O$). Mais il est certain que les remarques de Jolibois (*Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 226) font douter de la validité de ces formules.

(⁴) *Trans. Far. Soc.*, **34**, 1938, p. 1483.

(⁵) *Bull. Soc. Chim.*, **8**, 1941, p. 622.

(⁶) *Proc. Indian Ac. Sc.*, **15**, 1942, p. 414; *J. Mysore. Univ.*, **4**, 1943, p. 57 (d'après *Chem. Abst.*).

(⁷) *Proc. Indian Ac. Sc.*, **19**, 1944, p. 135 (d'après *Chem. Abst.*).

(⁸) Mme T. Guilmart et R. Freymann, *Rev. Opt.*, **17**, 1938, p. 199; Mme Freymann et R. Freymann, *Comptes rendus*, **211**, 1940, p. 785.

II. Résultats. — 1° *Influence de la température.* — On sait que les bandes des sels d'uranyle (à l'état solide), floues et mal définies à la température ordinaire, sont beaucoup plus fines à — 195° C. Toutefois, certaines bandes restant encore larges à cette température, il serait *indispensable d'utiliser l'hydrogène ou mieux l'hélium liquide.*

2° *Influence de l'anion.* — Sulfates, nitrate, hydroxydes, acétates montrent des spectres apparemment très différents (sauf certaines bandes intenses).

3° *Influence de l'eau de cristallisation et des transformations chimiques.* — Ce qui ressort particulièrement de notre travail, c'est le *rôle capital de l'eau de cristallisation* (*ou de constitution*) *et des transformations chimiques.* Montrons-le pour divers sels.

A. *Sulfates.* — La déshydratation progressive de SO_4UO_2, $3H_2O$ du commerce modifie un peu le spectre; d'autre part, pour un échantillon dont la déshydratation avait été particulièrement poussée, toute bande d'absorption avait disparu (notons également que nous n'avons décelé aucune bande d'absorption pour les oxydes UO_2 et UO_3).

Nous avons aussi montré que *les transformations chimiques des sulfates se traduisent par d'importantes modifications spectrales,* ce qui semble avoir échappé à Nichols et Howes : les méthodes chimiques avaient montré que le sulfate peut exister sous diverses formes ([9]); or, en examinant le spectre du sulfate du commerce, avant et après recristallisation, nous avons noté ces deux résultats inattendus :

1° *Les spectres des diverses fractions* (*de la* 1re *à la* 5e *cristallisation*) *sont très différents.*

2° *Le spectre d'un échantillon donné* (5e *cristallisation*) *était profondément modifié, un mois après sa préparation* (il ne semble pas toutefois que la radioactivité intervienne ici). La méthode spectrale est donc très intéressante pour le *contrôle chimique.* Mais cette complexité même nous a conduits à rejeter le sulfate simple (et *a fortiori* les sulfates doubles) pour la classification des bandes.

B. *Nitrate.* — Nous n'avons pas développé son étude car il est hygroscopique (comme le chlorure que nous n'avons pas étudié).

C. *Hydroxydes.* — Nous avons examiné des hydroxydes de provenances diverses. S'il y a là un excellent moyen d'étude du problème chimique des hydroxydes d'uranyle, les bandes sont malheureusement très floues (même à basse température).

D. *Acétates.* — Contrairement aux cas précédents, le spectre de

$$(CH_3COO)_2UO_2,\quad 3H_2O$$

est relativement simple et varie peu d'un échantillon à l'autre, même après

---

([9]) Colani, *Bull. Soc. Chim.*, 43, 1928, p. 754.

recristallisation. (Le spectre de l'acétate anhydre diffère légèrement de celui du composé hydraté, mais nous avons pu lui appliquer la même classification). *Aussi avons-nous pris cet exemple de l'acétate d'uranyle hydraté pour développer la classification que nous exposerons dans une prochaine Note.*

III. Remarque sur la possibilité d'observer un effet isotopique. — Un calcul sommaire (déduit du travail de Conn et Wu) nous a montré la possibilité théorique d'utiliser la spectrographie dans le visible pour distinguer les isotopes de l'uranium; il faudrait utiliser l'hydrogène liquide et un spectrographe plus dispersif que celui que nous avons employé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de ω.ω.ω′-trichloroparaxylène et obtention des aldéhydes para-alcoxyméthylbenzoïques.* Note de MM. **Georges Arditti** et **Léon Palfray**, présentée par M. Marcel Delépine.

R. Quelet ([1]) a préparé l'*aldéhyde para-méthoxyméthylbenzoïque* en faisant réagir l'hexaméthylène-tétramine sur le dérivé chloré

$$_{(1)}Cl\,CH_2—C_6H_4—CH_2—O—CH_{3(4)},$$

obtenu lui-même par action du chlorure d'acétyle sur l'éther diméthylique du paraxylèneglycol ([2]). S. Sabetay ([3]) a obtenu le même aldéhyde en transformant le *ω.ω.ω′-tribromoparaxylène*

$$_{(1)}Br\,CH_2—C_6H_4—CH\,Br_{2(4)}$$

successivement en acétal

$$_{(1)}CH_3—O—CH_2—C_6H_4—CH(O\,CH_3)_{2(4)},$$

par action du méthylate de sodium, puis en aldéhyde par hydrolyse. Cet auteur a obtenu de la même façon l'*aldéhyde para-éthoxyméthylbenzoïque*.

Les dérivés bromés du paraxylène étant fortement lacrymogènes, il nous a paru intéressant d'essayer de réaliser la synthèse des aldéhydes para-alcoxyméthylbenzoïques à partir du dérivé trichloré

$$_{(1)}Cl\,CH_2—C_6H_4—CH\,Cl_{2(4)}$$

Lorsque, dans du paraxylène pur, maintenu à 140°, on fait passer un courant de chlore sec, la susbtitution de ce gaz se produit régulièrement. Si l'on arrête la réaction après absorption de la quantité requise de chlore, on obtient après refroidissement un solide blanc, qui débarrassé de l'huile en excès, fond vers 60°. Ce solide est un mélange, dont nous avons réussi à séparer par des cristallisations fractionnées dans l'alcool :

1° le *ω.ω.ω′.ω′-tétrachloroparaxylène* $C_6H_4(CHCl_2)_2$, sous forme d'aiguilles

([1]) *Comptes rendus,* **193**, 1931, p. 939.
([2]) *Comptes rendus,* **192**, 1931, p. 1391.
([3]) *Comptes rendus*, **193**, 1931, p. 1193.

blanches, F 95° (analyse : Cl trouvé 57,8 %, calculé 58,2 %; cryoscopie : M trouvé 248, calculé 244), qui, par ébullition prolongée au sein d'un grand excès d'eau, se transforme en aldéhyde téréphtalique F 115°. Ce composé n'avait été obtenu jusqu'ici que par action à 190° du PCl^5 sur le paraxylène en tube scellé ([4]).

2° le *ω.ω.ω'-trichloroparaxylène*, non encore décrit, qui se présente sous forme d'aiguilles blanches F 72-73° (cryoscopie : M trouvé 204, calculé 209,5; analyse : Cl trouvé 50,1 %, calculé 50,8 %), solubles dans l'alcool, l'éther, l'acétone, l'éther de pétrole.

La constitution de ce produit trichloré a été établie par sa transformation successive en acétal puis en aldéhyde para-alcoxy-méthylbenzoïque. Nous avons obtenu ainsi l'aldéhyde *para-méthoxyméthylbenzoïque*

$$_{(1)}CHO - C_6H_4 - CH_2 - O - CH_{3(4)},$$

liquide incolore, d'odeur fine et agréable, $E_{25} = 130\text{-}133°$, $n_D^{22} = 1,5312$, $d_4^{22} = 1,0969$; R_m trouvé 42,31, calculé 42,11. Cet aldéhyde donne une combinaison bisulfitique, une *semi-carbazone* F = 186° et une *dinitro 2,4-phénylhydrazone* F = 196°. L'acétal correspondant distille de 122° à 123° sous 15 millimètres.

Nous avons préparé aussi l'*aldéhyde para-éthoxyméthylbenzoïque*, liquide incolore, d'odeur agréable fruitée et poivrée, $E_{20} = 139\text{-}140°$, $n_D^{12} = 1,5264$; $d_4^{12} = 1,062$; R_m trouvé 47,4, calculé 46,7. Cet aldéhyde donne une combinaison bisulfitique, une *semi-carbazone* F = 183° (analyse : N trouvé 19,1 %, calculé 19,0 %) et une *dinitro 2,4-phénylhydrazone* F = 183° (analyse : N trouvé 16,10 %, calculé 16,28 %). *L'acétal* correspondant est une huile incolore $E_{18} = 148 - 150°$.

En résumé, nous avons indiqué un mode d'obtention d'un dérivé trichloré qui permettra d'aborder plus facilement de nombreuses synthèses jusqu'alors peu accessibles.

GÉOCHIMIE. — *Sur la présence du Thoron dans différentes atmosphères de la station hydrominérale de Cauterets*. Note de Mme **Marthe Proix-Noe** et Mlle **Geneviève Proix**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'étude de l'activité induite des différents établissements thermaux de la station de Cauterets a décelé la présence du Thoron dans chacun d'eux et nous a fait reprendre sa recherche aux griffons des sources.

La méthode utilisée a été celle décrite par A. Lepape ([1]).

Suivant les conseils de A. Lepape et de M. Geslin, les conditions étaient les

---

([4]) Colson et Gauthier, *Ann., Chim.*, 6e série, **11**, 1887, p. 24.

([1]) *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 931.

suivantes : fil de cuivre, longueur $11^m,80$ et $14^m,50$; tension négative appliquée au fil, 800 volts; chambre d'ionisation de A. Lepape, diamètre 16^{cm}, hauteur 18^{cm}; électroscope de Chêneveau et Laborde dont la fuite spontanée était déterminée avant et après chaque opération.

Le fil restait exposé sous tension dans l'atmosphère radioactive pendant 48 heures à $1^m,50$ environ du sol, puis il était enroulé sur un cadre et placé rapidement dans la chambre d'ionisation; 4 heures après l'exposition dans l'atmosphère radioactive, le courant d'activité induite engendré par le radon a disparu (2). Cependant l'on mesure encore un courant d'ionisation de 10 à 100 fois plus grand que celui de la fuite spontanée f et diminuant de moitié en 11 heures (tableau I), indice certain de la présence du Thoron (3).

Tableau I. — *Activités induites des salles thermales.*

Activités induites en unités arbitraires.	Pré. $f=0,016$.	Raillère. $f=0,013$.	César. $f=0,013$.
Activité initiale ($v-f$).......	19,984	10,915	10,403
Après quatre heures »	1,36	0,716	0,129
Après quinze heures »	0,65	0,36	0,063
Thoron	(présent)	(présent)	(présent)

Nous avons donc été amenées à reprendre la recherche du Thoron aux griffons et dans les terrains d'émergence, dans les conditions indiquées plus haut.

Des circonstances matérielles et météorologiques ont limité les mesures : 1° aux griffons de la source César qui fait partie des sources du groupe Nord émergeant dans le massif schisteux; 2° aux griffons de la source de la Raillère du groupe Sud qui émerge dans le massif granitique (4); 3° à une terrasse située derrière les thermes de la Raillère sur les éboulis qui recouvrent les griffons de la Raillère. Les activités induites ont été les suivantes :

Tableau II. — *Recherches du Thoron dans l'atmosphère aux griffons.*

Activités induites en unités arbitraires.	Griffons		Terrasse
	César. $f=0,013$.	Raillère. $f=0,013$.	Raillère. $f=0,016$.
Activité initiale ($v-f$).......	12,182	4,431	12,406
Après quatre heures »	0,991	0,491	2,275
Après quinze heures »	0,442	0,20	1,11
Thoron	(présent)	(présent)	(présent)

Les courants d'ionisation mesurés mettent en évidence, outre un dépôt

(2) Mme P. Curie, *Traité de Radioactivité*, 1, 1910, p. 331.
(3) *Ibid.*, 1, 1910, p. 341.
(4) P. Urbain, *Ann. Inst. Hydrol.*, 5, 1927, p. 69.

d'activité induite dû au radon, un dépôt important d'activité induite dû au Thoron, engendrant des courants d'ionisation qui se prolongent pendant trois jours suivant la loi de désintégration du thorium B.

Il serait intéressant de pouvoir discriminer l'origine du Thoron en reprenant les mesures dans le massif schisteux et dans le massif granitique hors de la zone d'influence des émergences hydrominérales.

MÉTÉOROLOGIE. — *Détection et conditions météorologiques d'existence d'une fuite électrométrique anormale d'origine solaire.* Note de M. **Jean Lacaze**, présentée par M. Charles Maurain.

J'ai signalé dans une Note antérieure ([1]) l'existence de telles fuites, rencontrées au cours d'études sur la conductibilité λ de l'air à Tamanrasset par la méthode de Gerdien. Le procédé employé, pour être sûr qu'il s'agit réellement de fuites, consiste à annuler la différence de potentiel à l'intérieur du tube de Gerdien, et, par voie de conséquence, à maintenir l'électromètre, dont la déviation permet l'étude de λ, à une position de zéro, qui doit être la position même de départ en fonctionnement normal. Cette dernière condition est rigoureusement vérifiée par les électromètres à quadrants en montage hétérostatique non symétrique. (Une paire de quadrants et la cage au potentiel fixe ν_1; l'aiguille et l'armature externe du Gerdien au sol; la deuxième paire de quadrants et l'armature interne du Gerdien, formant le système isolé, initialement au potentiel ν_1.)

Si, dans ce montage, la différence de potentiel entre quadrants et entre quadrants et aiguille est nulle en même temps que celle du tube de Gerdien, on élimine toute possibilité de fuite par les surfaces libres des isolants ou par l'air extérieur. Si, alors, l'aiguille de l'électromètre dévie, c'est que le système isolé acquiert une charge par l'intermédiaire de ses surfaces de contact avec les isolants (trolitule et ambre) qui l'intéressent.

L'électromètre utilisé étant un électromètre à contact sur l'aiguille ([2]), on doit vérifier, ce qui est très aisé, que la différence de potentiel assurant ce contact n'est pas à l'origine de la déviation de l'aiguille. D'ailleurs, cette différence de potentiel (12 volts), et la capacité inhérente (pointe-plaquette à 1^{cm}), sont très faibles.

Sur 103 journées d'*enregistrements* de λ (8 septembre-19 décembre 1943), la déviation de l'aiguille (jusqu'au contact) dans les conditions ci-dessus définies a eu lieu 34 fois (2 fois le 4 novembre), le coefficient de corrélation avec l'ensemble suivant de circonstances météorologiques étant égal à 0,97 :

— maximum diurne d'humidité au sol inférieur à 33 % ;

([1]) *Comptes rendus*, 220, 1945, p. 533.

([2]) J. Lacaze, *La Météorologie*, juillet-décembre 1945.

— absence de nuages bas d'eau liquide dans un cercle de 10^{km} de rayon autour de la station (cuvette de Tamanrasset);

— minceur manifeste des nuages élevés d'eau liquide ou des nuages visibles de glace;

— hauteur du Soleil inférieure à 25°.

La brume sèche, la force et la direction du vent, le champ électrique et les gradients de température et de pression dans les basses couches atmosphériques, l'intensité pyrhéliométrique, n'ont, par contre, paru jouer aucun rôle.

Les isolants utilisés étant organiques, il semble que la libération de charges électriques dans leur masse puisse être attribuée à une émission solaire très sensible à l'absorption par l'eau atmosphérique : neutrons très rapides ou proche ultra-violet ([3]), les premiers agissant surtout par dissociation des atomes d'hydrogène, et le second par effet photo-électrique ([4]).

Les conditions exceptionnelles de sécheresse persistante, au sol et en altitude [([5]) et ([6])], que l'on rencontre *au cœur du Sahara*, expliquent que les résultats expérimentaux précédents aient très peu de chances d'être retrouvés ailleurs.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Variations rapides simultanées du champ tellurique en France et à Madagascar*. Note ([1]) de MM. **Marcel Schlumberger** et **Géra Kunetz**, transmise par M. Charles Maurain.

Des enregistrements simultanés des variations du champ tellurique ([2]), faits le 11 octobre 1945, d'une part en France (près d'Auvillars, au sud de Dijon, Lat. N 47°03″, Long. E de Greenwich 5°.16), d'autre part à Madagascar (près d'Honko-Ampoza, Lat. S 18°07′, Long. E 45°03′), montrent une corrélation remarquable. La figure 1 représente les différences de potentiel mesurées entre les extrémités de deux lignes rectangulaires de 500^{m} orientées respectivement E-O (courbe 1) et N-S (courbe 2) à Madagascar, et SE-NO (courbe 3) et SO-NE (courbe 4) en France.

On remarquera particulièrement la ressemblance des courbes 2 et 3. La direction des variations est assez constante; elles se groupent autour d'une direction sensiblement NE-SO à Madagascar et autour de la direction NS en France ([3]).

([3]) Mme A. Vassy et E. Vassy, *Journal de Physique et le Radium*, **10**, VII, janvier, septembre et novembre 1939.

([4]) M. Laporte, *Décharge électrique dans les gaz*, Paris, 1939, p. 53.

([5]) M. Bruyère, *Année polaire internationale*, 1932-33, Paris, 3, 1941.

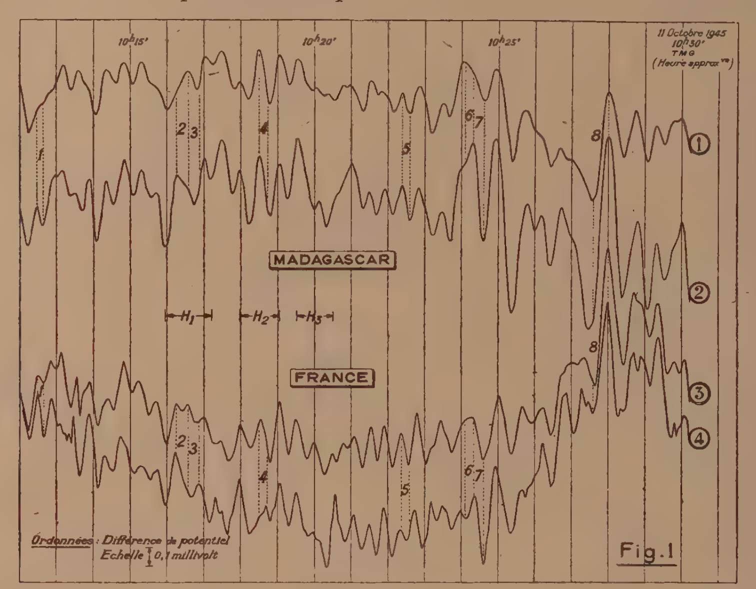
([6]) R. Failletaz, *Mémorial de l'O. N. M.*, 1937.

([1]) Séance du 30 septembre 1946.

([2]) V. L. Migaux, *Ann. de Géophys.*, **11**, II, 1946, p. 131.

([3]) Directions liées essentiellement à la structure géologique *locale*, à l'aplomb des stations de mesure.

Nous avons déterminé le coefficient de corrélation entre deux séries de chiffres constituées respectivement par les abscisses des minima successifs des

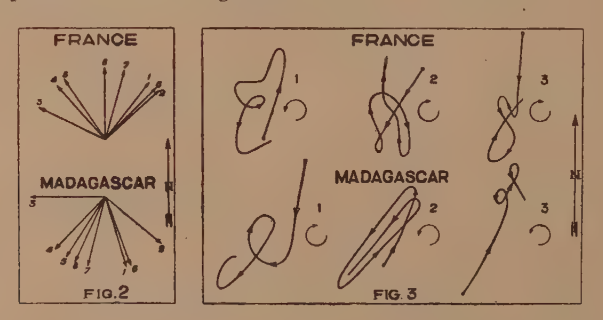


courbes 2 et 3 ([1]). Ce coefficient est de 0,84. Cette valeur élevée exclut toute possibilité de coïncidence fortuite et prouve la simultanéité des deux intervalles de temps considérés.

L'examen de la direction des variations du champ (nous les appellerons *vecteurs* dans ce qui suit) et des modifications de cette direction montre :

1° qu'à un vecteur dirigé vers le Nord en France, correspond un vecteur dirigé vers le S-SO à Madagascar.

2° que si la direction du vecteur tourne en France dans un certain sens, la rotation correspondante à Madagascar se fait en sens inverse.



La figure 2, qui représente les directions de 8 vecteurs simultanés en France

([1]) Pour que ces deux séries comportent le même nombre de termes (34), nous avons été obligés de négliger deux minima de la courbe 3 qui correspondent à des changements de direction du champ.

et à Madagascar (correspondant aux intervalles de temps numérotés de 1 à 8 sur la figure 1), illustre ce qui précède.

Cette rotation en sens inverse est confirmée par l'examen des diagrammes polaires décrits, en fonction du temps, par l'extrémité du vecteur champ. La figure 3 représente trois de ces diagrammes correspondant à des intervalles de temps, simultanés à Madagascar et en France, et indiqués sur la figure 1 en H_1, H_2 et H_3. La ressemblance de ces diagrammes est médiocre, les sens de rotation sont, par contre, à de petites irrégularités près, systématiquement inverses.

Des corrélations analogues ont été trouvées entre la France d'une part, et de l'autre, le Gabon (rotation des vecteurs en sens inverse), le Maroc et la Tunisie (rotation de même sens). La ressemblance des enregistrements simultanés est très variable, allant depuis la corrélation quantitative précise, dont un exemple a été donné ci-dessus, en passant par des corrélations qualitatives, jusqu'à s'évanouir complètement.

La rotation inverse des diagrammes polaires est à rapprocher du sens de rotation, également inverse, de la variation diurne des nappes de courants telluriques sur les deux hémisphères ([5]). Pour expliquer la rotation en sens inverse, dans le cas des variations rapides, on pourrait, par exemple, admettre que ces dernières soient dues à des nuages d'électrons, provenant du Soleil et gravitant autour de la Terre au voisinage de son plan équatorial ([6]).

MYCOLOGIE. — *Sur quelques particularités remarquables du Basidiomycète* Flammula gummosa *(Lasch) en culture pure.* Note ([1]) de M. **Robert Kühner**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les cultures polyspermes sur milieux gélosés de *Flammula gummosa* se reconnaissent à la formation, à leur surface, d'une poussière rouillée, formée d'oïdies de $5,5\text{-}8 \times 2,7\text{-}4,5^{\mu}$, naissant en chaînes de deux.

Ces oïdies présentent un certain nombre de caractères que l'on rencontre souvent dans les chlamydospores les plus typiques : elles renferment de nombreuses petites gouttelettes réfringentes, que l'on peut présumer lipidiques; leur paroi est, non seulement colorée, mais distinctement épaissie, acidophile et acidorésistante; enfin leur maturation est accompagnée d'une contraction cytoplasmique très frappante, qui se traduit finalement par la présence, entre les deux oïdies mûres d'une même chaîne, d'un espace apparemment vide, traversé en son milieu par une fine cloison, la cloison qui a délimité à l'origine les domaines cytoplasmiques des deux oïdies, et dont le cytoplasme de chacune s'est décollé au cours de la maturation.

([5]) Voir par exemple, W. S. Rooney, *Physics of the Earth*, 8, 1936, p. 270.

([6]) Voir par exemple O. H. Gish, *C. R. Congrès Int. d'Électr.*, Paris, 12, 1932, p. 89; Stormer, *Terrestrial Magnetism*, 36, 1932, p. 133.

([1]) Séance du 23 septembre 1946.

Dans ses parties submergées, le mycélium forme des articles plus volumineux ($15\text{-}28 \times 8\text{-}15^{\mu}$), non sensiblement colorés et qui ne se détachent pas.

Le mycélium provenant de semis polyspermes ou du bouturage de fragments de carpophores est un mycélium secondaire, car il peut produire des anses d'anastomose et des articles terminaux binucléés. Les boucles sont toutefois très inconstantes sur le mycélium submergé, où elles manquent à un grand nombre de cloisons; on les retrouve cependant presque toujours à la base des gros articles ovales qui se différencient comme nous venons de le dire, à l'extrémité de certaines ramifications du mycélium submergé; elles abondent en outre sur le mycélium aérien, et se montrent de façon constante au niveau des diverses cloisons des oïdiophores qui naissent sur lui; notons toutefois que si l'on trouve encore une boucle à base de chacune des chaînes de deux oïdies, la cloison qui sépare les deux oïdies d'une même chaîne est absolument privée d'anse anastomotique.

Lorsqu'on bouture un fragment du mycélium aérien développé sur un milieu gélosé, dans une couche ténue de liquide nutritif retenu entre une lame de verre et une pellicule de collodion, on obtient, au moins au début, des filaments rayonnants, à cloisons bouclées, et dont tous les articles sont binucléés. Les articles des oïdiophores sont également binucléés, y compris les oïdies.

En règle générale, chacune de ces oïdies binucléées est capable, en l'absence de toute copulation avec un autre élément, de reproduire le mycélium secondaire.

En pratiquant un grand nombre de ces cultures mono-oïdiennes, nous avons réussi à obtenir trois mycéliums différant des mycéliums d'origine polysperme par l'absence totale de boucles, même aux cloisons des oïdiophores, et par la présence d'un seul noyau dans les articles des oïdiophores et dans la majorité des oïdies; il s'agissait de toute évidence de mycéliums primaires, et leur découverte nous permet d'affirmer que *Flammula gummosa* est une espèce hétérothallique, ce qui n'avait pu être reconnu jusqu'alors parce qu'on n'avait pas réussi à obtenir la germination de basidiospores isolées.

On peut supposer que si les oïdies produites par le mycélium secondaire reçoivent en général deux noyaux, quelques-unes peuvent être uninucléées par accident; telle est vraisemblablement l'origine des trois mycéliums primaires obtenus à partir de cultures polyspermes.

Les oïdies produites par les parties aériennes des mycéliums primaires sont morphologiquement très comparables à celles décrites plus haut pour le mycélium secondaire et peuvent notamment être l'objet d'une contraction cytoplasmique tout aussi manifeste au cours de leur maturation, mais il y en a souvent plus de deux par chaîne; de même les parties submergées du mycélium primaire montrent des articles renflés, identiques à ceux signalés plus haut pour le mycélium secondaire.

Dans le mycélium primaire développé sous collodion, le cloisonnement n'est pas lié aux divisions nucléaires; il est très en retard sur elles, de sorte que les articles terminaux en croissance active sont toujours multinucléés; seules les parties âgées des filaments sont constituées d'articles courts, ne renfermant qu'un ou deux noyaux.

Fait remarquable : lorsqu'on bouture sous collodion une parcelle d'un mycélium secondaire, développé sous une profondeur d'eau appréciable, dans le milieu liquide contenu au fond d'un tube à essais, les innombrables filaments rayonnants qui se développent rapidement autour de cette parcelle, offrent un aspect cytologique tout à fait comparable à ceux du mycélium primaire, c'est-à-dire qu'ils se terminent comme eux, non par un article binucléé, mais par un article qui peut contenir plus de 30 noyaux, et que les cloisons qui se développent dans leurs parties âgées sont totalement dépourvues de boucles. La nature secondaire de ces axes rayonnants se traduit seulement par le fait que des articles plus ou moins éloignés de l'article terminal, émettent des rameaux latéraux plus grêles, à cloisons bouclées, et dont l'extrémité libre est constituée par un compartiment binucléé.

Lorsqu'il se développe en situation submergée, le mycélium secondaire arrive en somme à ressembler étrangement au mycélium primaire par le comportement caryologique de ses filaments principaux, tout en conservant sa bisexualité.

HISTOLOGIE. — *Les formations nerveuses géantes de l'appendice du Chimpanzé (Troglodytes niger)*. Note (¹) de M. **Frédéric Gluckmann**, présentée par M. Robert Courrier.

L'appendice du Chimpanzé, parmi ceux des Primates, par ses dimensions et par sa structure, accepte le moins la thèse selon laquelle cet organe représenterait un simple vestige ancestral dépourvu de toute utilité pour l'économie.

L'appendice du Chimpanzé adulte peut dépasser, en effet, chez le mâle (²) la longueur de 20^{cm}; en même temps son orifice est pourvu d'une valvule, anatomiquement efficiente, constituée par deux paires de valves superposées (voir *fig.* 1). Cette valvule imposante ferme hermétiquement son embouchure et opère ainsi une séparation complète entre le canal de l'appendice et le contenu cæcal : l'injection de liquide poussé à haute pression par le cæcum ligaturé laisse, en fait, l'appendice complètement flasque.

(¹) Séance du 30 septembre 1946.

(²) L'appendice des Anthropoïdes se développe appréciablement depuis la naissance, et évolue exactement comme l'appendice de l'homme, dont les dimensions, la forme et le niveau d'insertion ne sont pas les mêmes chez l'enfant que chez l'adulte. Ce qui explique les grandes divergences entre les chiffres donnés par les différents auteurs à ce sujet.

Mais ce qui prouve surtout la faiblesse de la théorie vestigiale de l'appendice, est la constitution anatomique de cet organe chez le Chimpanzé, qui, loin de lui conférer les caractères d'une formation rudimentaire, le classe parmi les organes neuromusculaires les plus perfectionnés.

A part l'épaisseur de ses couches musculaires, qui dépasse le double de celle



Fig. 1. Appendice cæcal du Chimpanzé (*Troglodytes niger*). Vieux mâle. Fragment interne d'une coupe sagittale du cæcum passant au ras de la valvule iléo-cæcale, que l'on distingue à la partie droite et supérieure de la figure. L'insertion de l'appendice est directement rétrocæcale et se trouve *au même niveau* que l'embouchure de l'iléon. Sa soustraction du contenu cæcal est effective. On distingue nettement les deux paires de valves superposées constituant l'imposante valvule appendiculaire. L'appendice, normalement plusieurs fois spiralé autour d'un mésoappendice épais et abondamment vascularisé, mesure 21^{cm} (échelle en centimètres). — Fig. 2 et 3. Aspect des relais nerveux dans la zone folliculaire de l'appendice du Chimpanzé (*Troglodytes niger*). Mâle adulte. Coloration simultanée à l'hématobleu. (150 × et 100 ×). — Fig. 4. Épanouissement nerveux sous la zone des cryptes glandulaires. Coloration à l'hématobleu. (50 ×). — Fig. 5. Nœuds nerveux géants dans la zone folliculaire de l'appendice du Chimpanzé. Aspect typique de névrome de l'appendice humain. Coloration simultanée à l'hématobleu (300 ×) Microphotographies.

de la musculature intestinale, son appareil nerveux présente un aspect et un développement inconnus dans le tractus alimentaire, considéré à n'importe quel point de son trajet.

Le plexus myentérique y est constitué par une chaîne presque ininterrompue de ganglions sériés d'où émerge un système de relais de fibres d'une épaisseur considérable (voir *fig.* 2 et 3) et qui, après avoir traversé la couche musculaire

circulaire, forment dans la sous-muqueuse une série de *nœuds nerveux* d'un développement impressionnant (voir *fig.* 5).

Ils ne peuvent être comparés à aucun autre élément similaire normal de l'organisme des Primates. Mais ils rappellent étrangement certaines hypertrophies *pathologiques* des nerfs, les névromes de Pierre Masson, que l'on rencontre dans l'appendice humain lui-même.

Ces relais nerveux géants croisent la zone folliculaire, cette dernière étalée chez le Chimpanzé, et viennent se dissoudre sous les cryptes glandulaires en de vastes *épanouissements terminaux* qui se mettent directement en rapport avec les bases des glandes (voir *fig.* 4). Leur largeur dépasse 500 et 600 microns, pouvant englober un nombre de 10, 12 bases glandulaires et plus à la fois.

Le contact direct entre ces organes nerveux terminaux et les bases des cryptes glandulaires, siège des cellules argentaffines, suggère l'existence de relations réciproques intimes entre ces dernières et les épanouissements nerveux cités. Le manque de matériel frais ne nous a pas encore permis de vérifier cette hypothèse.

Ce fait présente un intérêt doctrinal particulier, car on sait que les hypertrophies nerveuses pathologiques de l'appendice humain, qui ressemblent à s'y méprendre aux nœuds nerveux normaux de l'appendice du Chimpanzé, sont habituellement en rapport (P. Masson) avec une prolifération concomitante des cellules argentaffines, ce qui dénote l'existence d'affinités étroites, fonctionnelles et originelles, entre les cellules argentaffines et les nerfs.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'aberration chromatique de l'œil.* Note [1] de M. **Alexandre Ivanoff**, présentée par M. Jean Becquerel.

Nous avons exposé antérieurement [2] le principe de la méthode que nous utilisons pour la mesure de l'aberration chromatique de l'œil, ainsi que ses avantages. Voici les résultats obtenus après étude de sept yeux.

Résultats expérimentaux. — Nous avons mesuré l'aberration chromatique de chaque œil pour les trois longueurs d'onde suivantes : $452^{m\mu},5$, $514^{m\mu}$ et $712^{m\mu}$. Chaque œil a été étudié du côté temporal et du côté nasal, pour des décentrements h variables entre $0^{mm},5$ et $3^{mm},5$ (avec pupille dilatée). Nous avons observé que le décalage Δ n'est pas toujours proportionnel à h, et que par conséquent la valeur de l'aberration chromatique varie avec la distance à l'axe achromatique de l'œil [2]. Les chiffres que nous fournissons ci-après sont des moyennes obtenues de chaque côté de cet axe, en dioptries (aberration chro-

(1) Séance du 30 septembre 1946.

(2) *Comptes rendus*, 223, 1946, pp. 170-172.

matique par rapport à 589$^{m\mu}$), La variation de l'aberration chromatique n'étant généralement pas symétrique par rapport à l'axe achromatique, les résultats obtenus ne sont pas les mêmes du côté temporal et du côté nasal.

		$452^{m\mu},5$.	$514^{m\mu}$.	$712^{m\mu}$.
1.	Temporal	1,11	0,40	—0,33
	Nasal	1,01	0,46	—0,29
2.	Temporal	1,02	0,41	—0,51
	Nasal	1,17	0,56	—0,40
3.	Temporal	1,21	0,55	—0,48
	Nasal	1,16	0,40	—0,64
4.	Temporal	1,03	0,46	—0,51
	Nasal	1,29	0,46	—0,48
5.	Temporal	0,88	0,33	—0,61
	Nasal	1,04	0,49	—0,36
6.	Temporal	1,04	0,50	—0,29
	Nasal	1,16	0,48	—0,62
7.	Temporal	1,01	0,47	—0,51
	Nasal	1,22	0,66	—0,50

Moyenne générale : $1^d,10$ pour $452^{m\mu},5$; $0^d,47$ pour $514^{m\mu}$; — $0^d,47$ pour $712^{m\mu}$.

Conclusions. — 1° En admettant pour les divers milieux de l'œil une dispersion voisine de celle de l'eau, on peut calculer une aberration chromatique théorique. Ce calcul a été fait par le Dr Polack et par M. Yves Le Grand, et mène aux résultats suivants : $1^d,11$ pour $452^{m\mu},5$; $0^d,51$ pour $514^{m\mu}$; — $0^d,55$ pour $712^{m\mu}$. Nos résultats expérimentaux s'accordent donc fort bien avec la théorie, alors que ceux obtenus antérieurement par d'autres méthodes expérimentales indiquaient une aberration plus grande dans le bleu ($1^d,34$ environ pour $452^{m\mu},5$, d'après le Dr Polack) et inférieure dans le rouge (— $0^d,34$ environ pour $712^{m\mu}$, d'après le Dr Polack), ainsi que parfois un palier dans le milieu du spectre (Nutting, Sheard).

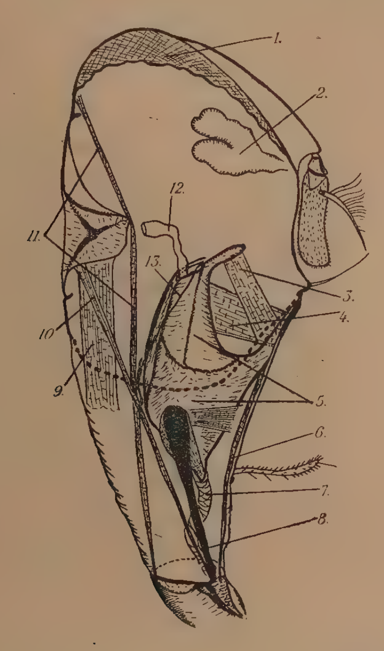
L'accord est toutefois moins satisfaisant vers l'extrémité rouge du spectre.

2° La valeur de l'aberration chromatique varie non seulement d'un œil à l'autre, mais aussi à l'intérieur d'un même œil. Cette variation peut certainement atteindre $0^d,2$ dans le bleu (yeux 4 et 7), $0^d,15$ dans le vert (yeux 2, 3, 5 et 7) et $0^d,25$ dans le rouge (yeux 5 et 6).

L'hétérogénéité du cristallin et du vitré paraît incapable d'expliquer de telles variations. D'autre part, celles-ci semblent être plus grandes pour l'extrémité rouge du spectre que pour l'extrémité violette. Ces faits n'ont pas encore reçu d'interprétation satisfaisante.

ENTOMOLOGIE. — *Morphologie de l'appareil rostral de l'imago de* Stomoxys calcitrans L. Note de M. **François Gouin**, présentée par M. Émile Roubaud.

L'appareil buccal de *St. calcitrans* se compose du rostre et de la trompe (ou haustellum), celle-ci formée des pièces buccales proprement dites : le labium et ses labelles, le labrum-épipharynx et l'hypopharynx.



Stomoxys calcitrans L. Diagramme de l'appareil rostral.

1, œil; 2, ptilinum; 3, muscle de la corne fulcrale; 4, muscles dilatateurs du pharynx; 5, fulcrum; 6, muscle longitudinal dorsal de la trompe; 7, tube digestif; 8, apodème et ses deux muscles; 9, muscle rétracteur du rostre; 10, muscle oblique; 11, grand muscle longitudinal ventral de la trompe; 12, œsophage; 13, muscle de la pompe salivaire.

Le rostre, invaginable, est constitué par une membrane reliant la trompe au péristome et renforcée, en arrière des palpes maxillaires, courts et immobiles, par le clypéus, sclérite en arceau ouvert vers l'avant, articulé au bord épistomal. Il comporte, de plus, deux pièces sclérifiées internes, placées l'une en avant de l'autre : les apodèmes et le fulcrum. Le fulcrum est formé de deux pièces latérales, vaguement triangulaires, soudées au clypéus, et d'une pièce médiane, intérieure, reliant les latérales, à double paroi : *le plancher* et *le plafond* de la cavité pharyngienne, celui-ci articulé aux pièces latérales et pourvu d'une crête médiane. Les pièces latérales sont prolongées vers l'avant par deux petites pointes flanquant le tube digestif qui a, entre le fulcrum et la trompe, une

structure *trachéoïde*. Vers l'œsophage elles sont prolongées par deux *cornes* légèrement arquées vers l'extérieur. Le fulcrum est un levier d'érection de la trompe et forme l'ossature de la pompe pharyngienne.

Le sclérite antérieur, en forme de baguette, est l'apodème dont l'extrémité postérieure, libre, est élargie en cuillère, tandis que l'antérieure s'articule au labrum. Cette pièce, *stipes* selon *Weber* (*Lehrbuch Entomologie*, 1933), est invaginée, donc extérieure au rostre, car sur une section transversale la partie sclérifiée se trouve à l'intérieur de l'épithélium.

Quant à la musculature, il y a lieu de distinguer deux groupes : 1° la musculature du tube digestif et 2° les muscles moteurs du rostre et de la trompe. Dans le premier groupe se rangent deux muscles pairs : le muscle très grêle de la pompe salivaire dont le point fixe se trouve sur les cornes fulcrales, et les puissants dilatateurs du pharynx, qui, s'appuyant sur le clypéus, s'insèrent en éventail sur le « plafond » du pharynx.

Le deuxième groupe comprend, d'une part, les deux muscles de la corne fulcrale dont le point fixe se trouve sur le péristome, en avant de l'articulation clypéo-frontale; ensuite les deux muscles dorsaux de la trompe qui, s'appuyant sur le clypéus entre les dilatateurs, s'insèrent sur le labrum en avant des apodèmes; en outre, les deux muscles longitudinaux postérieurs de la trompe qui, prenant appui sur la paroi postérieure de la tête près du vertex, s'insèrent sur le labium, un peu en arrière de l'articulation labro-apodémale; enfin l'apodème est pourvu de deux muscles d'inégale importance s'insérant sur la partie élargie et perpendiculaires l'un à l'autre; le plus faible rejoint la membrane du rostre, l'autre relie l'apodème aux pointes fulcrales antérieures; il est à peu près parallèle à celui-ci.

D'autre part, se rattachent à ce groupe les deux muscles obliques qui s'insèrent sur le labrum à côté des apodèmes et prennent appui sur une saillie occipitale près du foramen; en outre, les deux puissants muscles longitudinaux postérieurs du rostre, dont le point fixe se trouve sur la saillie occipitale, à côté de celui du muscle oblique.

La structure de l'appareil rostral de la Glossine est à peu près identique; l'absence du muscle longitudinal postérieur du rostre est évidemment corrélative à la réduction de celui-ci (cf. Jobling, *Parasitol.*, 14, 1933, p. 449).

PROTISTOLOGIE. — *Endosymbiose bactérienne chez divers Ciliés parasites intestinaux*. Note de M. **Raymond Hovasse**, présentée par M. Louis Fage.

Dans deux Notes antérieures (¹) j'ai indiqué que plusieurs espèces d'Infusoires Astomes, parasites de l'intestin d'Oligochètes, avaient une grande partie

(¹) *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 713-715, et 221, 1945, pp. 125-127.

de leur cytoplasme bourré de bactéries non envacuolées, paraissant se comporter comme endosymbiotes.

Étant donnée la possibilité d'une relation entre l'Astomie et l'Endosymbiose, j'ai été conduit à examiner le plus possible d'Astomes, et tout d'abord ceux des Oligochètes communs.

Le phénomène ne s'est pas montré général pour tous les Astomes étudiés : à côté d'espèces qui sont toujours richement infectées par des Bactéries, telles les trois espèces communes parasitant *Lumbriculus variegatus*, il en est d'autres qui n'en ont que dans certaines localités, ou même qui en sont toujours indemnes.

L'enquête, poursuivie chez d'autres Oligochètes, et dans des groupes zoologiques variés, a fourni les résultats suivants :

Radiophrya Brasili (Léger et Duboscq), parasite du Cirratulien *Audouina tentaculata* Mont., semble dépourvue de Bactéries à Roscoff.

Il n'y en a certainement pas chez *Spirobütschliella Chattoni* Hov., que j'ai récemment décrite d'une autre Polychète, le Serpulien *Potamoceros triqueter* L., de Banyuls.

Cepedella hepatica Poyarkoff, du foie des *Sphaerium corneum* L., qui vit fixée aux parois des tubes hépatiques de ce Lamellibranche, n'a pas non plus de Bactéries.

Il n'y en a pas davantage chez les *Haptophrya gigantea* Maupas, provenant de l'ampoule rectale des Discoglosses, dans la région de Banyuls.

Par contre, il existe des Bactéries chez les *Acanthophrya inermis* Stein de la Sangsue *Helobdella stagnalis* L., dans la région de Vichy.

J'ai aussi trouvé Bactérifères deux types de Ciliés, cette fois non Astomes, vivant dans les mêmes conditions de parasitisme intestinal que les formes précédentes.

Tout d'abord un *Ptychostomum sp.*, rencontré dans l'intestin moyen de l'Oligochète *Eiseniella tetraedra* en Auvergne. Le fait n'est pas nouveau pour ce genre, car le phénomène a déjà été signalé de *Ptychostomum Chattoni* Rossolimo, par Studitsky (1932), et, l'année suivante, Miyashita a décrit du Japon un *P. bacteriophilum*.

Les Bactéries abondent d'autre part dans *Nyctotherus cordiformis* Stein : je les ai observées aussi bien chez les Discoglosses de Banyuls que chez les *Rana temporaria* d'Auvergne.

Les *Ptychostomum* n'ont qu'une bouche réduite, tandis que cet organe est normal chez les *Nyctotherus* : dans les deux cas, l'invasion bactérienne est tout à fait comparable à ce qu'elle est chez les Astomes. Il semble également exister une espèce de Bactérie spéciale à chaque Cilié. Manifestement, le cytoplasme des hôtes ne présente pas de réactions vis-à-vis de ses parasites, qui ne sont pas pathogènes : il y a ainsi accoutumance mutuelle, vraisemblablement symbiose.

L'endosymbiose bactérienne n'est donc nullement un apanage des Ciliés Astomes : elle doit se rapporter à des conditions écologiques analogues existant dans les divers contenus intestinaux, et que peuvent subir des types divers de Ciliés.

IMMUNOLOGIE. — *Nouvelle méthode de purification des immunosérums.* Note (1) de M. **Maurice Doladilhe**, présentée par M. Gaston Ramon.

Le sulfate de cuivre qui précipite, d'un sérum complet, la totalité des protéides, n'en précipite qu'une partie lorsque le sérum est déminéralisé. Les propriétés anaphylactiques du sérum se retrouvent, *en totalité*, dans le précipité; le surnageant, anaphylactiquement inerte, constitue le sérum purifié.

Nous avons obtenu antérieurement (2) un résultat analogue au moyen des sels d'uranium; des travaux plus récents (3) viennent, d'ailleurs, de démontrer que les propriétés anaphylactiques du sérum sanguin sont exercées par une partie seulement de ses protéides (4).

La méthode que nous présentons ici est susceptible de retenir l'attention, du fait qu'une fraction importante des anticorps se localise, au cours du fractionnement, dans le sérum purifié sans en modifier sensiblement l'inertie anaphylactique.

Faute de moyens matériels nous avons dû limiter nos expériences aux sérums de Lapin agglutinants (T. A. B.) et au sérum de Cheval hémolytique anti-Mouton.

Voici les détails de notre technique :

On précipite le sérum dialysé par une solution de sulfate de cuivre à 5g par litre. Le mélange du précipité et du surnageant est dialysé pour enlever le sulfate de cuivre en excès, puis porté à 55° pendant 30 minutes. On sépare ensuite le surnageant, on l'isotonise, et l'on compare son pouvoir anticorps à celui du sérum dialysé.

Voici un exemple des résultats fournis par une de nos séries d'expériences (sérum agglutinant le Bacille paratyphique B). Les chiffres inscrits indiquent, pour chaque mesure, la dilution du sérum dans l'émulsion microbienne, les signes + l'agglutination et les signes — l'absence d'agglutination, après 2 heures de séjour à l'étuve à 37°.

Dilution du sérum....	1/1000.	1/2000.	1/3500.	1/4000.	1/4500.	1/5000.
Sérum dialysé........	+	+	+	+	+	—
» purifié........	+	+	+	—	—	—

(1) Séance du 30 septembre 1946.

(2) *Annales de l'Institut Pasteur*, 70, 1944, p. 305.

(3) Doladilhe, *Comptes rendus*, 221, 1945, p. 66.

(4) Mazille, *ibid.*, 222, 1946, p. 927.

Pour le contrôle anaphylactique l'injection préparante (intra-péritonéale) est de $0^{cm^3},2$ de sérum purifié ou de sérum dialysé.

Un mois après, l'injection d'épreuve (1^{cm^3} de sérum complet) est faite par voie intra-cardiaque.

Le tableau II donne un exemple des résultats obtenus. Les chocs types et mortels sont représentés par le signe +, l'absence de choc par le signe — et le choc fruste non mortel par le signe ?.

Tableau II.

Injections préparantes de	Expérience n°									
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
sérum complet.....	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
sérum purifié......	—	—	—	?	—	—	?	—	—	—

Ces résultats montrent que cette méthode fournit un sérum purifié dont la richesse en anticorps est appréciable et dont l'activité anaphylactique est pratiquement abolie.

A 15^h40^m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h10^m.

A. Lx.

ERRATA.

—

(Séance du 8 juillet 1946.)

Note de M. *André Rivière*, Sur l'identité structurale des illites et de la bravaisite de Noyant (Allier) :

Page 95, ligne 21, *au lieu de* M. Orcel a pu étudier, *lire* Grâce à M. Orcel, j'ai pu étudier.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE SEPTEMBRE 1946 (*suite et fin.*)

Over den Spanningstoestand in Doorboorde Platen, par KURT JOHANN SCHULZ. Thèse. Delft, Gedrukt bij Drukkerij Waltman (A. J. Mulder), 1941; 1 vol. 29cm.

Typedruktelegrafie op Radioverbindingen, par HENDRIK CORNELIS ANTHONY VAN DUUREN. Thèse. Delft, Drukkerij Waltman (A. J. Mulder), 1941; 1 vol. 24cm.

Bijdrage tot oordeelkundig Beheer van Het Duinwaterkapitaal, par PIETER CORNELIS LINDENBERGH. Thèse. Leiden, N. V. Boek-en Steendrukkerij Eduard Ijdo, 1941; 1 vol. 24cm.

Onderzœk naar den Weerstand van Bitumen-Mineraalaggregat-Mengsels tegen Plastiche Deformatie, par LAMBERT WILLEM NIJBOER. Thèse. Amsterdam, N. V. Noord-Hollandsche Uitgevers Maatschappij, 1942; 1 vol. 24cm.

De Bereiding van Peroxyden Door oxydatie van Propaan en Aethaan en Hun Tœpassingen, par PIETER LEENDERT KOOIJMAN. Thèse. Delft, Alphen A. D. Rijn, Drukkerij C. Haasbeek, 1942; 1 vol. 24cm,5.

Over de Elastiche Eigenschappen van Gevulcaniseerde Rubber, par CORNELIS WILLEM KOSTEN. Thèse. Delft, Gedrukt bij Drukkerij Waltman (A. J. Mulder), 1942; 1 vol. 24cm.

Louis Mangin et Pierre Allorge premiers titulaires de la Chaire de cryptogamie du Muséum. Leçon inaugurale du cours de cryptogamie prononcée le 25 mars 1946, par ROGER HEIM. 1 fasc. 24cm.

Dictionnaire technique des termes du Pétrole en français, anglais, russe, allemand, publié par le GROUPE FRANÇAIS DU CONSEIL DE CONTRÔLE. MISSION DES CARBURANTS. Deuxième édition. Berlin, 1946; 1 vol. 21cm.

A Strain theory of Mater, by MAHMOUD HESSABY. Tehran, Taban Press, 1946, 1 vol. 20cm.